



EXAMEN ÉCRIT DE L'ÉCOLE DE MATURITÉ, JUIN 2018

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Niveau standard

CORRIGÉ

Problème 1 (21 points)

$$\text{a) } x^2 + 2x + y^2 - 6y = 7 \iff (x+1)^2 + (y-3)^2 = 7 + 1 + 9 = 17$$

Donc $M(-1; 3)$ et $r = \sqrt{17}$

$$\text{b) } \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 6y = 7 \\ x - y - 1 = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x^2 + (x-1)^2 + 2x - 6(x-1) = 7 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

$$\iff \begin{cases} 2x^2 - 6x = 0 \\ y = x - 1 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x(x-3) = 0 \\ y = x - 1 \end{cases}$$

Donc $x_1 = 0, y_1 = -1 : C(0; -1)$

Et $x_2 = 3, y_2 = 2 : B(3; 2)$.

$$\text{c) } t_B : (3+1)(x+1) + (2-3)(y-3) = 17 \iff 4x - y + 7 = 17 \iff 4x - y - 10 = 0$$

$$\text{d) Milieu de } EF : M' \left(\frac{-1+0}{2}; \frac{\frac{7}{2} + (-\frac{1}{2})}{2} \right) = M' \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right)$$

$$\text{Rayon du cercle : } r = \|\overrightarrow{M'E}\| = \left\| \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{\frac{1}{4} + 4} = \sqrt{\frac{17}{4}} = \frac{\sqrt{17}}{2}$$

$$\text{Equation de } \gamma' : (x + \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{3}{2})^2 = \frac{17}{4} \iff x^2 + y^2 + x - 3y - \frac{7}{4} = 0$$

$$\iff 4x^2 + 4y^2 + 4x - 12y - 7 = 0$$

$$\text{e) } M' \left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right).$$

$$O, M \text{ et } M' \text{ alignés car : } \overrightarrow{OM'} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} \\ \frac{3}{2} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \overrightarrow{OM}$$