

4.2.25 Le taux de dépréciation annuel d'une voiture de valeur initiale CHF 18'000.- est de 25%.

- Trouver la valeur v de cette voiture après t années.
- Calculer la valeur de la voiture après 8 ans.
- Calculer la valeur de la voiture lorsque t devient très grand.

a)

t [années]	$v(t)$ [CHF]
0	18'000
1	13'500
2	10'125

$\cdot 0,75 = \frac{3}{4}$
 $0,75^2$
 $1,01^t$

$$v(t) = 18'000 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^t \quad \text{ou} \quad v(t) = 18'000 \cdot 0,75^t$$

b) $v(8) = 18'000 \cdot 0,75^8 \approx 1802$ [CHF]

c) $\lim_{t \rightarrow +\infty} v(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} 18000 \cdot 0,75^t = 18000 \cdot \underbrace{\lim_{t \rightarrow +\infty} 0,75^t}_{\rightarrow 0} = 0$

4.2.26 Nous avons au départ 50mg de l'isotope Po^{210} . Après 30 jours, il n'en reste plus que 43mg.

- a) Déterminer la quantité de matière restante Q après t jours.
- b) Combien restera-t-il de matière après 3 semaines.
- c) Quelle est la demi-vie de cet isotope.

a) Processus expo $Q(t) = Q_0 e^{Kt}$

t [jours]	$Q(t)$ [mg]
0	50
30	43
21	

$\cdot 0,86$

1^{ère} méthode : $Q(30) = 43 \Rightarrow 50 \cdot 0,86^{K \cdot 30} = 43 \quad \left| \begin{array}{l} \div 50 \\ 0,86^{30K} = 0,86 \\ \Rightarrow 30K = 1 \Leftrightarrow K = \frac{1}{30} \end{array} \right.$

$Q(t) = 50 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}}$

2^{ème} méthode :

$$\begin{aligned} Q(t) &= 50 e^{Kt} \Rightarrow 50 \cdot e^{30K} = 43 \\ e^{30K} &= 0,86 \\ \Rightarrow \ln(e^{30K}) &= \ln(0,86) \\ 30K \cdot \underbrace{\ln(e)}_1 &= \ln(0,86) \\ \Rightarrow K &= \frac{\ln(0,86)}{30} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Q(t) = 50 \left(\underbrace{e^{\ln(0,86)}}_{0,86} \right)^{\frac{t}{30}} = 50 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}}$$

b)

$$Q(t) = 50 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}}$$

$$Q(21) = 50 \cdot 0,86^{\frac{21}{30}} \approx 45 \text{ [mg]}$$

c) Demi-vie du Polonium 210

$$50 \cdot 0,86^{\frac{t}{30}} = 25$$

$$0,86^{\frac{t}{30}} = 0,5$$

$$\ln\left(0,86^{\frac{t}{30}}\right) = \ln(0,5)$$

$$\frac{t}{30} \cdot \ln(0,86) = \ln(0,5)$$

$$t = 30 \cdot \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,86)} \approx 137.87307386 \text{ [jours]}$$

$$\log_a(x^n) = n \cdot \log_a(x)$$

4.2.28 Les grottes de Lascaux ont été découvertes en 1940. Des analyses ont montré que le charbon trouvé dans ces grottes avait perdu le 83% de la quantité de C^{14} présent dans les plantes vivantes. Déterminer l'âge des peintures de Lascaux.

• C^{14} carbone 14

• Demi-vie du C^{14} ~ 5730 ans

$$\left\{ \begin{array}{l} Q(t) = Q_0 e^{kt} \end{array} \right.$$

$$1) \quad \frac{\overset{Q_0}{\cancel{m_0}}}{\cancel{m_0}} e^{k \cdot 5730} = 0,5 \frac{\overset{Q_0}{\cancel{m_0}}}{\cancel{m_0}} \\ e^{5730k} = 0,5 \Rightarrow k$$

$$5730k \ln(e) = \ln(0,5)$$

$$k = \frac{\ln(0,5)}{5730} \approx -0.00012097$$

$$e^{-0,00012097 t} = 0,17$$

$$-0,00012097 t \cdot \ln(e) = \ln(0,17)$$

$$t = \frac{\ln(0,17)}{-0.00012097} = 14648 \text{ [ans]}$$

Date des peintures $1940 - 14648 \Rightarrow 12'708 \text{ av JC}$

4.2.30 La grippe se propage à partir d'un individu malade dans une population de 1'000 personnes. On admet que le nombre de personnes qui sont ou ont été atteintes par la grippe après t jours est $N = \frac{1'000}{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}}$.

- a) Combien de personnes ont-elles été atteintes après 20 jours ?
- b) Après combien de jours 600 personnes ont-elles été atteintes ?
- c) Quel est le maximum de personnes qui peuvent être atteintes par la grippe ?

a) $N(20) = 715$ [personnes]

$N(0) = 1$

b) $\frac{1000}{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}} = 600$

$1000 = 600 \left(1 + 999 \cdot 10^{-0,17t} \right)$

$\frac{1000}{600} = 1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}$

$\frac{5}{3} - 1 = 999 \cdot 10^{-0,17t}$

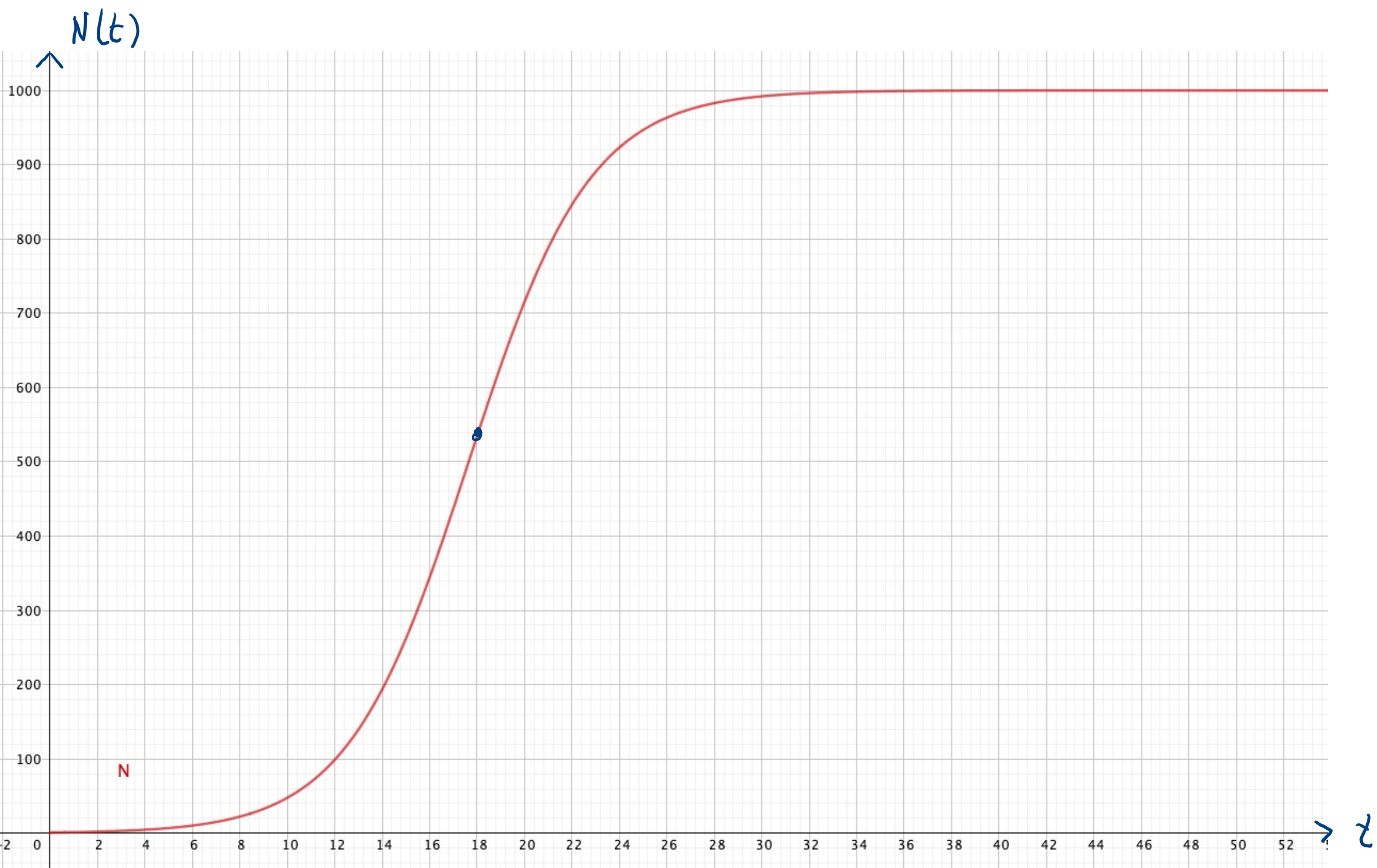
$\frac{2}{3} = 999 \cdot 10^{-0,17t}$

$\frac{2}{2997} = 10^{-0,17t} \Rightarrow \log \left(\frac{2}{2997} \right) = -0,17t$

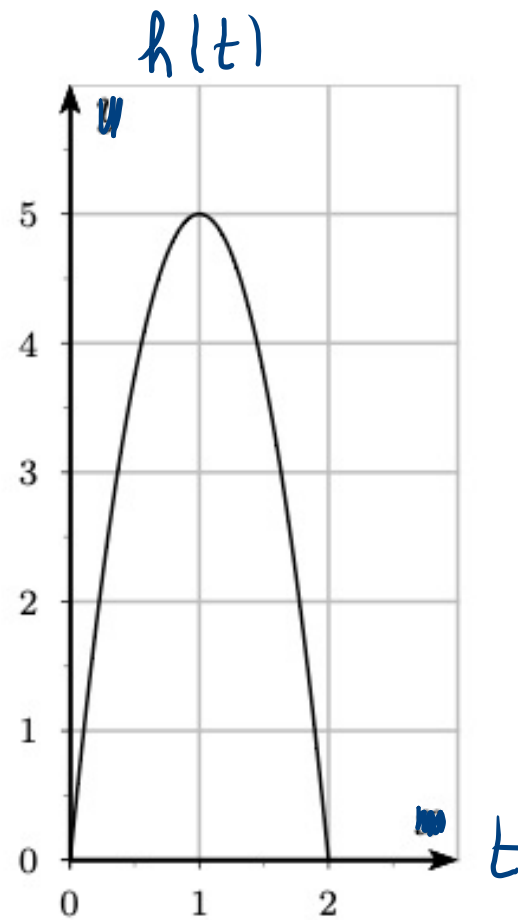
$\Rightarrow t = \frac{\log \left(\frac{2}{2997} \right)}{-0,17} \approx 18,68$

c) $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1'000}{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}} = 1000$

$\underbrace{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}}_{\rightarrow 0} \rightarrow 0$



2.2.1 On a tracé ci-dessous le graphe d'une fonction f .



- a) Déterminer graphiquement les zéros de f .
- b) Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 4$.
- c) Donner les coordonnées du maximum de f .

