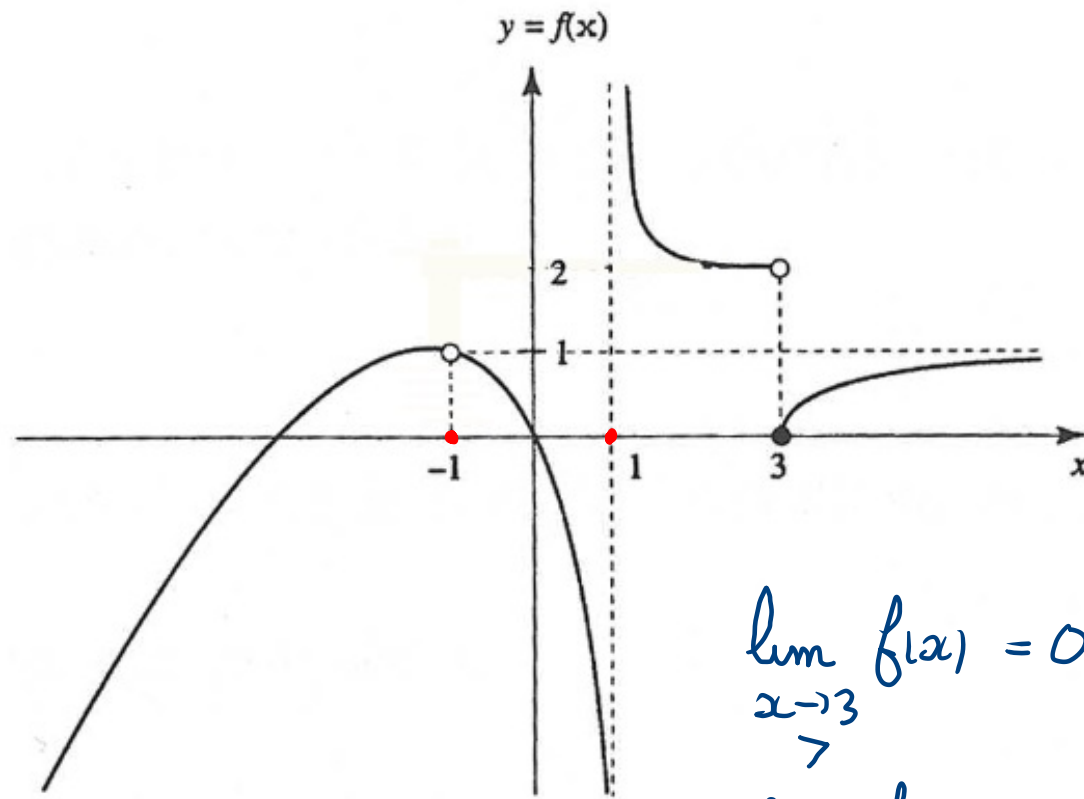


03.12.25

2.7.1 Déterminer la nature des discontinuités de la fonction f dont le graphe est représenté ci-dessous :



$$ED(f) = \mathbb{R} - \{-1; 1\}$$

- $f(x)$ est continue à droite en $x = 3$
- $f(x)$ n'est pas continue en $x = 3$
- $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ n'existe pas
- $f(3) = 0$

$$\lim_{x \rightarrow 3}^> f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3}^< f(x) = 2$$

f n'est pas continue en $x = 1$

Une fonction est continue sur son ensemble de définition si on peut tracer son graphique sans lever le crayon.

Fonction continue

Soit f une fonction définie sur $ED(f)$.

f est continue en $x = a \in ED(f)$ si

① $f(a)$ est définie

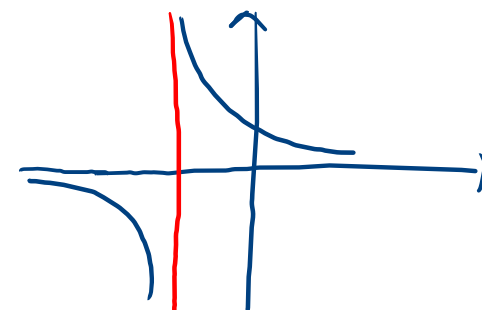
② $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe

③ $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

2.7.2 Déterminer la nature des discontinuités des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \frac{3}{x+2}$

$ED(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$



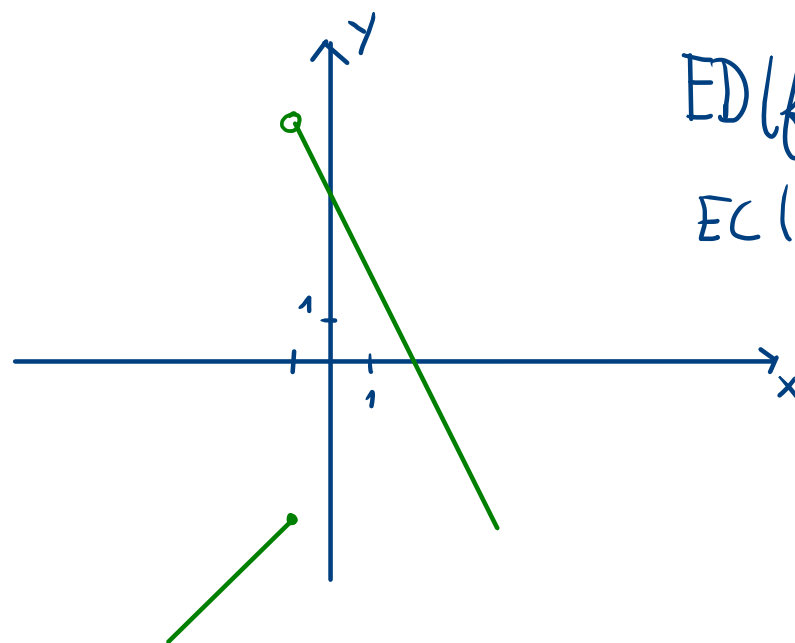
Son ensemble de continuité : $EC(f) = \mathbb{R} - \{-2\}$
 $= ED(f)$

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{3}{x+2} = f(a) , \text{ si } a \neq -2$

e) $f(x) = \begin{cases} x-3 & , \text{ si } x \leq -1 \\ 4-2x & , \text{ si } x > -1 \end{cases}$

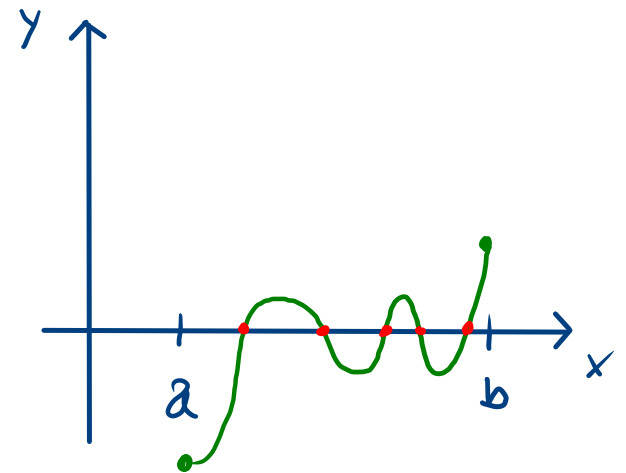
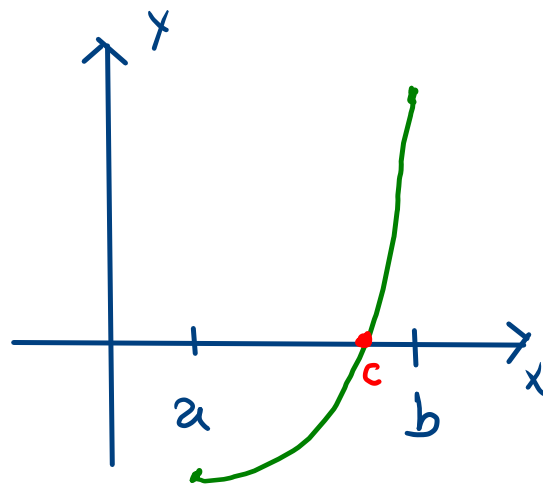
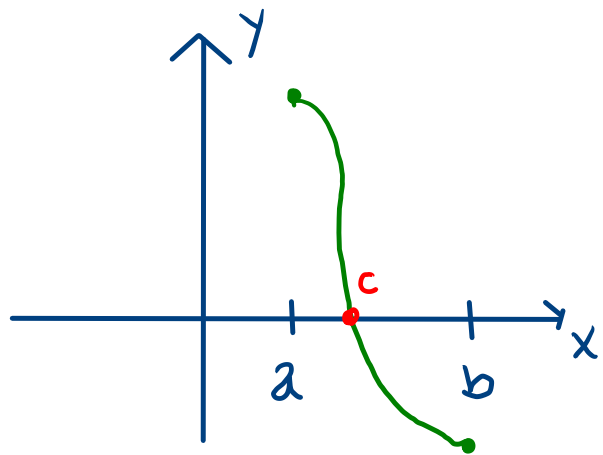
$ED(f) = \mathbb{R}$
 $EC(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

$f(-1) = -4$



Théorème de Bolzano

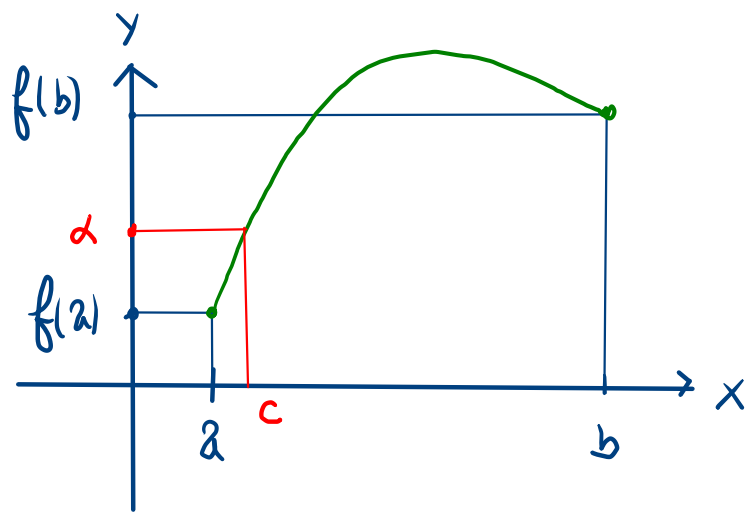
Soit f une fonction continue sur $[a; b]$
et $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes différents,
alors f admet un zéro sur $]a, b[$



Théorème de la valeur intermédiaire

Soit f une fonction continue sur $[a, b]$
et telle que $f(a) < f(b)$.

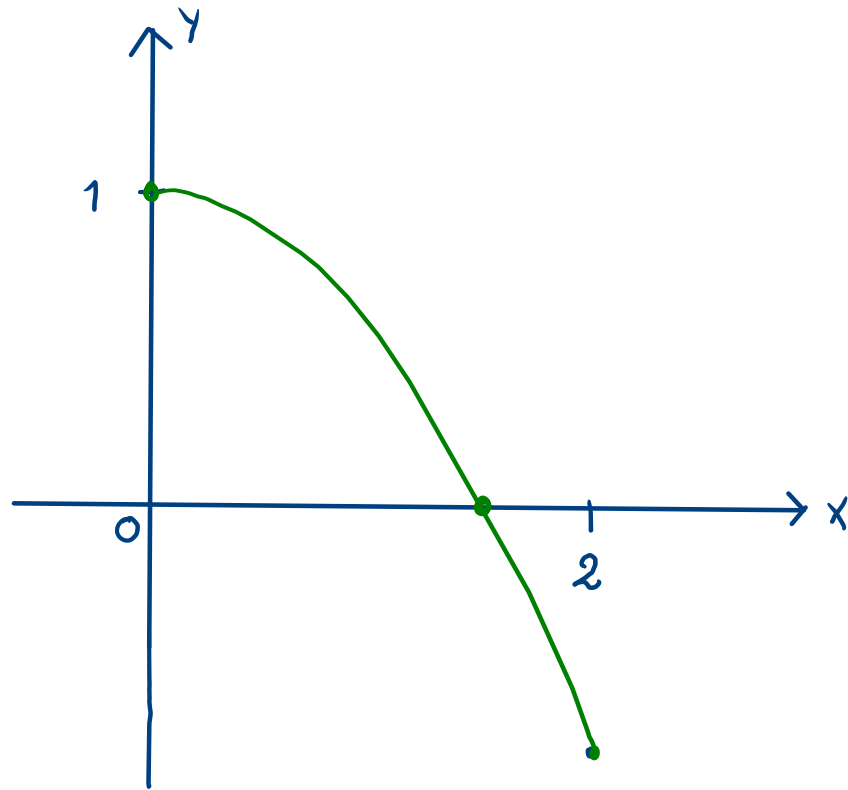
Alors pour tout nombre α compris entre
 $f(a)$ et $f(b)$, il existe $c \in [a, b]$ tel que $f(c) = \alpha$



$$f(c) = \alpha$$

bis

2.7.4 Montrer que l'équation $\cos(x) = 0$ possède une solution dans $[0; 2]$.



- $\cos(0) = 1 > 0$
 - $\cos(2) \cong -0,4 < 0$
 - $\cos(x)$ est continue sur $[0, 2]$
- } de signes différents

Par le théorème de Bolzano,
il existe $c \in [0, 2]$ tel que
 $f(c) = 0$