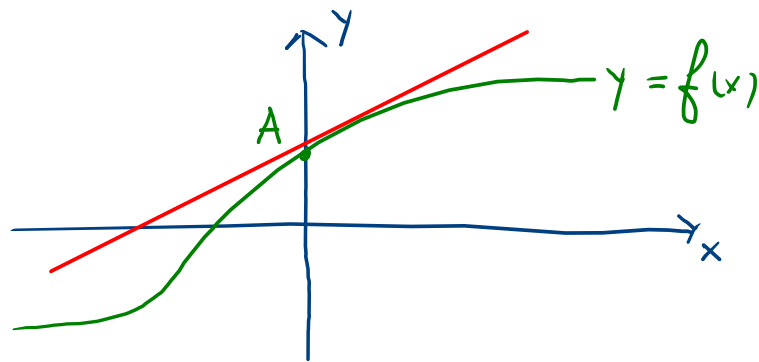


2.9.20 Déterminer la valeur à attribuer au nombre réel m pour que la tangente à la courbe d'équation $y = \sqrt[3]{1-mx}$ au point où elle coupe Oy soit parallèle à la droite d'équation $y = \frac{3}{2}x$.

$$f(x) = \sqrt[3]{1-mx} \quad m \in \mathbb{R}$$

① Point où la courbe coupe l'axe Oy .



$$A(0; 1)$$

$$\sqrt[3]{1-m \cdot 0} = y \Rightarrow y = 1$$

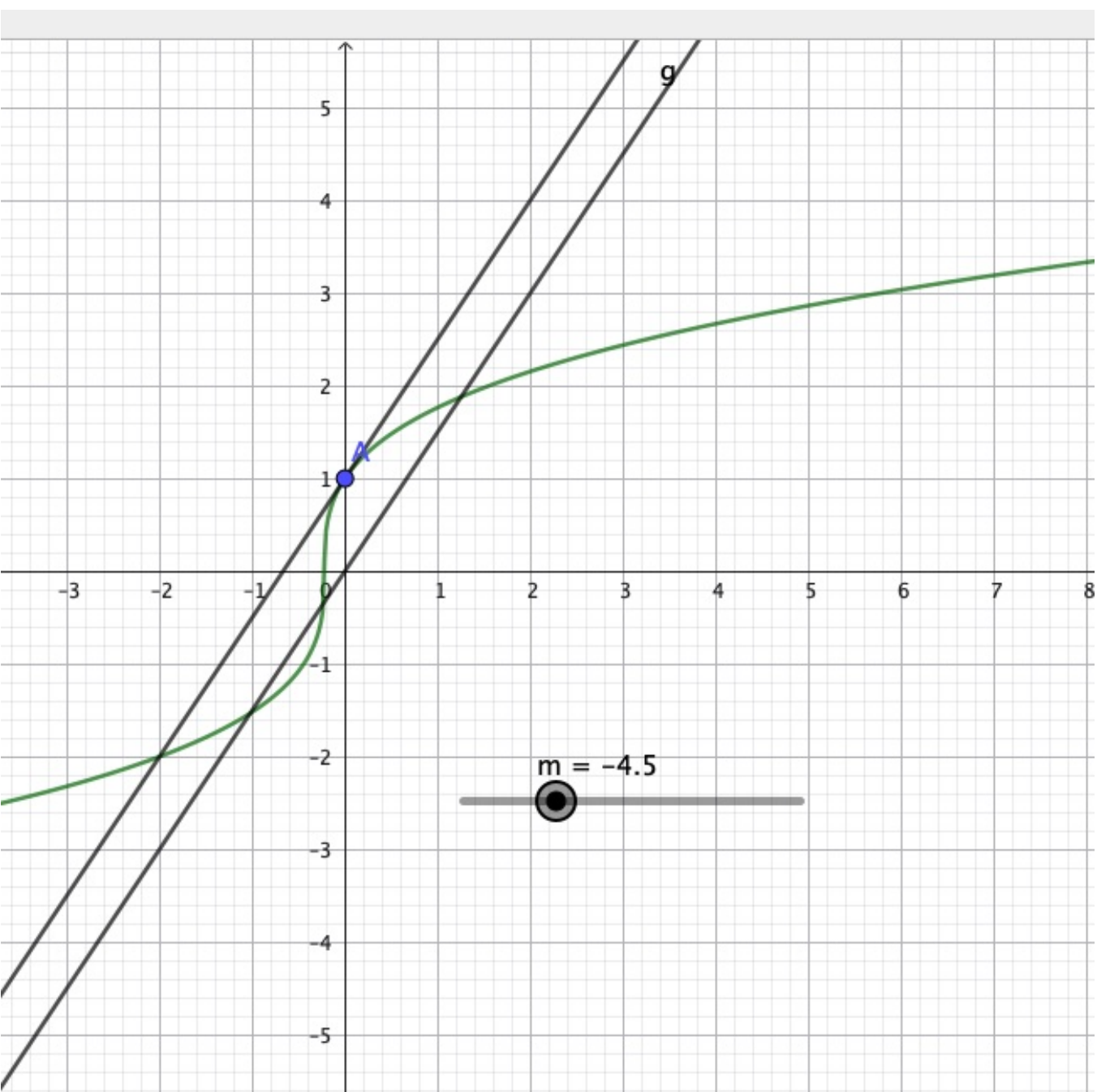
Toutes les courbes passent par $A(0, 1)$.

② Dérivée de f .

$$f'(x) = \left((1-mx)^{\frac{1}{3}} \right)' = \frac{1}{3} (1-mx)^{-\frac{2}{3}} \cdot (-m) = \frac{1}{3} \frac{-m}{\sqrt[3]{(1-mx)^2}}$$

③ $f'(0) = \frac{3}{2}$

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{-m}{1} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{-m}{3} = \frac{3}{2} \Leftrightarrow m = -\frac{9}{2}$$



2.9.21 Déterminer les coefficients a , b , c et d sachant que la courbe $y = \frac{x^2 + ax + b}{cx^2 + dx - 2}$:

- 1)• admet la droite $x = 2$ comme asymptote verticale,
- 2)• n'admet pas d'asymptote horizontale,
- 3)• passe par le point $P(1; -2)$ et qu'en ce point la pente de la tangente vaut -5 .

$$1) \quad ED(f) = \mathbb{R} - \{2; \dots\}$$

$$2) \quad \underline{c = 0}, \quad \text{si } c \neq 0, \quad y = \frac{1}{c} \text{ est une AH}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{dx - 2}$$

$$1) \quad x = 2 \text{ est une AV} \Leftrightarrow \underline{d = 1}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x - 2}$$

$$3) \quad P(1; -2) : f(1) = -2$$

$$\text{m en } P : f'(1) = -5$$

Calculons $f'(x)$:

$$f'(x) = \frac{(2x + a)(x - 2) - (x^2 + ax + b) \cdot 1}{(x - 2)^2} = \frac{\underline{2x^2} - 4x + \underline{ax} - 2a - \underline{x^2} - \underline{ax} - b}{(x - 2)^2}$$

$$u = x^2 + ax + b ; \quad u' = 2x + a$$

$$v = x - 2 ; \quad v' = 1$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$f'(x) = \frac{x^2 - 4x - 2a - b}{(x - 2)^2}$$

$$\bullet f(1) = -2 : \quad \frac{1+2+b}{-1} = -2 \Leftrightarrow 2+b = 1$$

$$\bullet f'(1) = -5 : \quad \frac{1-4-2a-b}{1} = -5 \Leftrightarrow -2a-b = -2$$

d'où le système

$$\begin{cases} 2+b = 1 \\ 2a+b = 2 \end{cases} \begin{array}{c|c|c} b & a & \\ \hline \cdot (-1) & & (-2) \\ \hline 1 & & \cdot 1 \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a = 3 \\ -b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} a = 1 \\ b = 0 \end{array}$$

D'où la fonction : $f(x) = \frac{x^2 + x}{x - 2}$