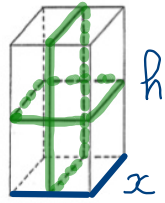


2.10.24 On se propose d'envoyer un colis de volume égal à 12 dm^3 dont la forme est celle d'un parallélépipède rectangle de base carrée. Son emballage est maintenu à l'aide d'une ficelle comme le montre la figure. Trouver les dimensions du colis permettant d'utiliser le moins de ficelle possible.

06.03.26



$$V = x^2 \cdot h$$

$$12 = x^2 h \Rightarrow h = \frac{12}{x^2}$$

Soit x le côté du carré, $x > 0$.

Soit h la hauteur du colis.

Déterminons la fonction qui donne la longueur de la ficelle en fonction de x :

$$l(x) = 6x + 2h = 6x + \frac{24}{x^2} = \frac{6x^3 + 24}{x^2}$$

$$u = 6x^3 + 24 ; u' = 18x^2$$

$$v = x^2 ; v' = 2x$$

$$l'(x) = \frac{18x^2 \cdot x^2 - (6x^3 + 24) \cdot 2x}{x^4} = \frac{18x^4 - 12x^4 - 48x}{x^4}$$

$$= \frac{6x(x^3 - 8)}{x^4} = \frac{6(x^3 - 8)}{x^3}$$

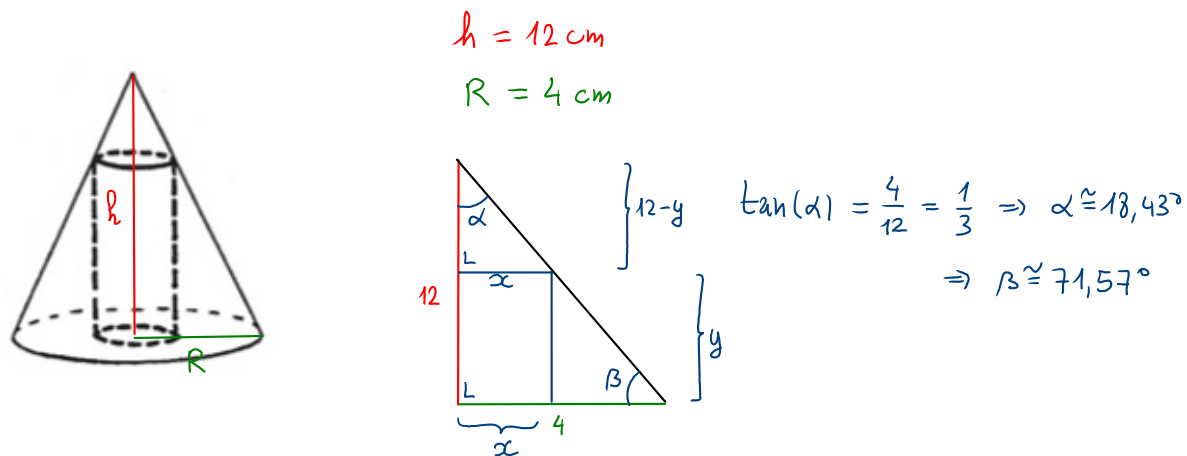
Tableau de la croissance :

x	0		2
$l'(x)$	$+$	$ $	$- \quad 0 \quad +$
$l(x)$			

Le minimum est atteint lorsque $x = 2$

Les dimensions de la boîte sont 2 dm et 3 dm .

2.10.25 Calculer les dimensions du cylindre de plus grand volume qu'il est possible de cacher sous un cône circulaire droit de rayon 4 cm et de hauteur 12 cm.



Volume du cylindre : $V = \pi x^2 y$

Déterminons y : $\tan(\alpha) = \frac{x}{12-y} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 3x = 12-y \Leftrightarrow y = 12-3x$

Finalement $V(x) = \pi x^2 (12-3x)$, $x > 0$
 $= \pi [12x^2 - 3x^3]$

$V'(x) = \pi [24x - 9x^2] = 3\pi x (8-3x)$, $x > 0$

Croissance :

x	0		$\frac{8}{3}$	
$V'(x)$	-		+ 0 -	
$V(x)$	max			

Le max est atteint lorsque $x = \frac{8}{3}$.

$h = 12 - 3 \cdot \frac{8}{3} = 4$

Les dimensions du cylindre : le rayon est égal à $2,\overline{6}$ cm et la hauteur est égale à 4 cm .