

2.8.4 Trouver une fonction admettant les asymptotes suivantes :

a) $\underbrace{x = -4, x = 2}_{AV}, \underbrace{y = 3}_{AH}$

b) $\underbrace{y = 2x - 5}_{AO}, \underbrace{x = 1}_{AV}$

a) $f(x) = \frac{3x^2}{(x+4)(x-2)}$; $f(x) = 3 + \frac{ax+b}{(x+4)(x-2)}$ (a ou b $\neq 0$)

b) $f(x) = 2x - 5 + \frac{1}{x-1}$; $f(x) = 2x - 5 + \frac{k}{x-1}$, $k \neq 0$
 $= \frac{(2x-5)(x-1) + k}{x-1} = \frac{2x^2 - 7x + 5 + k}{x-1}$

2.8.6 Déterminer a , b et c sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + 6x + 8}{x^2 + bx + c} = \frac{x^2 + 6x + 8}{x^2 - 2x} = \frac{(x+4)(x+2)}{x(x-2)}$$

admet les droites $x = 0$, $x = 2$ et $y = 1$ comme asymptotes.

AV

AH

- $x^2 + bx + c = 0$

$$x=0 : 0 + 0 + c = 0 \Rightarrow c = 0$$

$$x=2 : 4 + 2b = 0 \Rightarrow b = -2$$

- $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + 6x + 8}{x^2 - 2x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = a = 1$

2.8.8 Déterminer a , b , c et d sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$$

dont le graphe passe par le point $A(2; -2)$ et qui admet les droites $x = -3$ et $y = -2x + 1$ comme asymptotes.

$$f(2) = -2$$

② $d = 3$

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + 3}$$

③ $m = -2$: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2 + bx + c}{x^2 + 3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{ax^2}{x^2} = \underline{a = -2}$

$$f(x) = \frac{-2x^2 + bx + c}{x + 3}$$

$$h = 1 : \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{-2x^2 + bx + c}{x + 3} + 2x \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + bx + c + 2x(x + 3)}{x + 3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-2x^2 + bx + c + 2x^2 + 6x}{x + 3} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{bx + 6x + c}{x + 3} = 1$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(b+6)x}{x} = 1 \Rightarrow b+6=1 \Rightarrow \underline{b = -5}$$

① $f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + c}{x + 3}$

$$f(2) = -2 \Rightarrow \frac{-8 - 10 + c}{5} = -2 \Rightarrow c - 18 = -10$$

$$\underline{c = 8}$$

Finalement $f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + 8}{x + 3}$

2.8.8 Déterminer a , b , c et d sachant que la fonction f définie par

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + d}$$

dont le graphe passe par le point $A(2; -2)$ et qui admet les droites $x = -3$ et $y = -2x + 1$ comme asymptotes.

$$\bullet \quad f(x) = -2x + 1 + \frac{K}{x + 3}$$

$$\bullet \quad f(2) = -2 : \quad -4 + 1 + \frac{K}{5} = -2 \quad \Rightarrow \quad \frac{K}{5} = 1 \quad \Rightarrow \quad K = 5$$

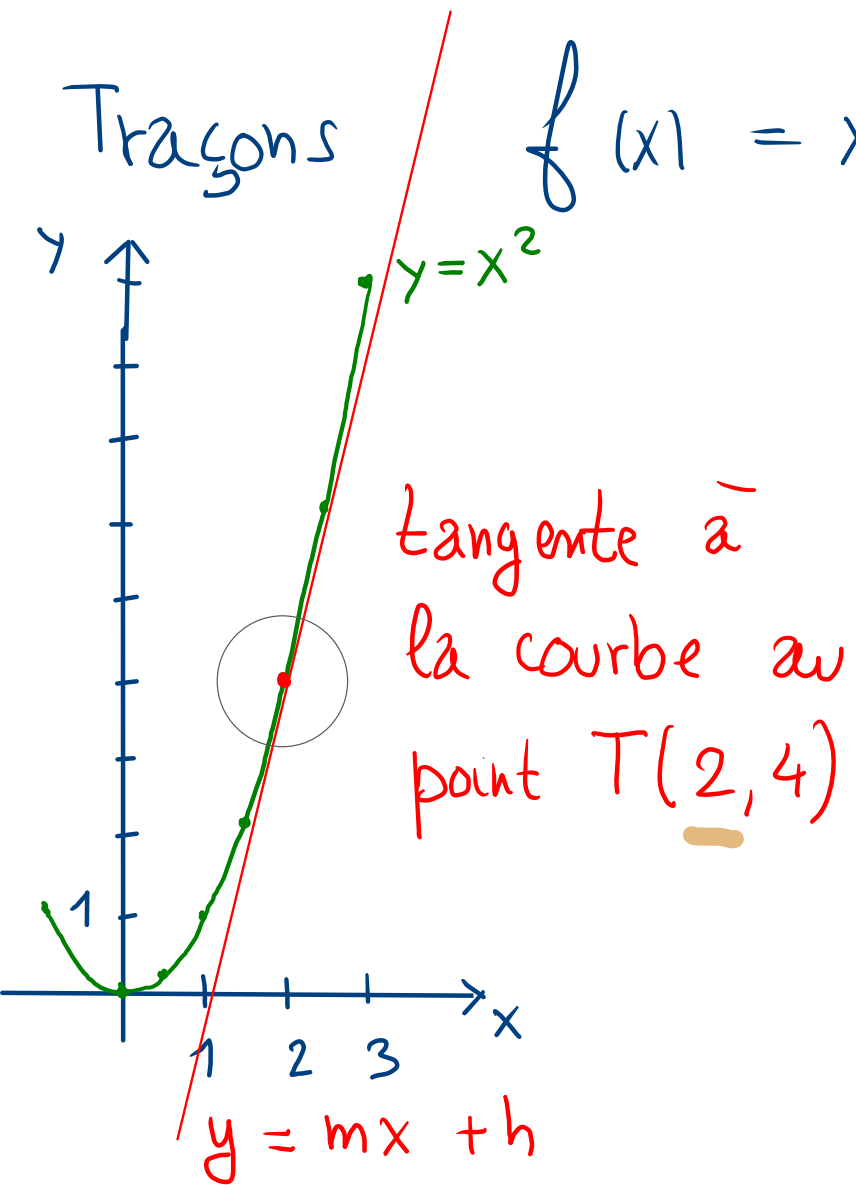
$$\bullet \quad f(x) = \frac{(-2x + 1)(x + 3) + 5}{x + 3} = \frac{-2x^2 - 5x + 8}{x + 3}$$

Les dérivées

• Newton

• Leibniz

1600 - 1700

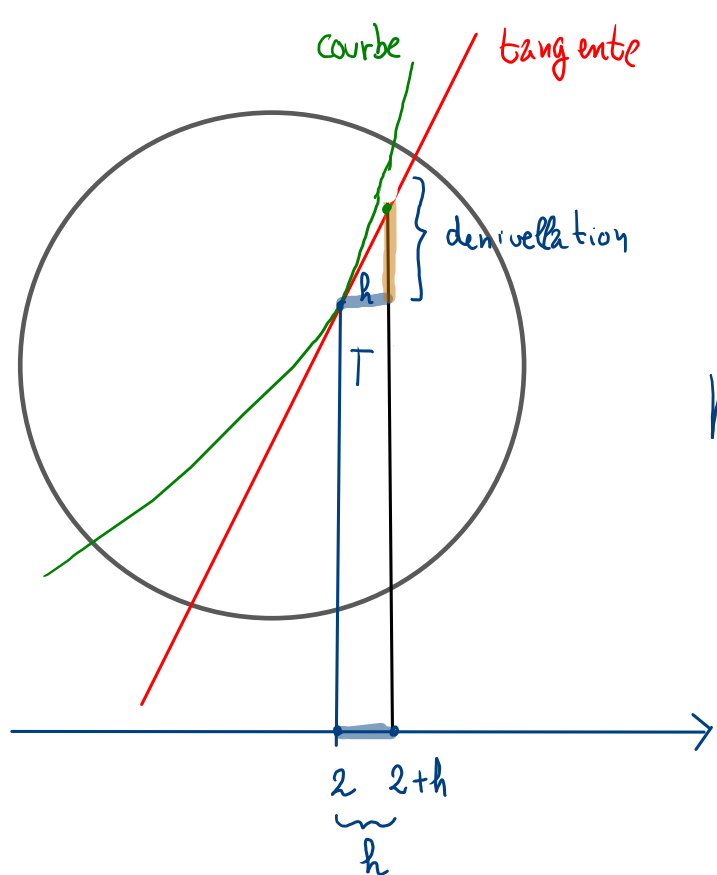


But : calculer la pente m de cette tangente

m est le nombre dérivé de la fonction $f(x) = x^2$ en $x = 2$.

On note $f'(\underline{2}) = m$

Agrandissons la zone autour du point T :



$$m = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = f'(2)$$

Calculons cette limite :

$$f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h} \stackrel{\text{Ind}}{=} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4+4h+h^2-4}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^2 + 4h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+4)}{\cancel{h}} = 4$$

Exercice : $f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(3+h)^2 - 9}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{9+6h+h^2-9}{h}$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(h+6)}{\cancel{h}} = 6$$

Calculons la fonction dérivée $f'(x)$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2hx + h^2 - x^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h} (2x + h)}{\cancel{h}} = 2x$$

On note $(x^2)' = 2x$