Ensemble de définition d'une fonction

Une fonction est donnée par 3 éléments :

1. L'ensemble de départ $A \subset \mathbb{R}$
2. L'ensemble d'arrivée $B \subset \mathbb{R}$
3. Une correspondance qui à tout élément de A fait correspondre un et un seul élément de B

$$f : \begin{array}{rcl} A & \longrightarrow & B \\ x & \longmapsto & f(x) \end{array}$$

L'ensemble de définition de f est l'ensemble des $x \in \mathbb{R}$ pour lesquels $f(x)$ a un sens. On note cet ensemble $ED(f)$

Ex : $f : \begin{array}{rcl} [2;3] & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sqrt{x} \end{array}$ $\Bigg\{$ $\begin{array}{l} f(x) = \sqrt{x} \\ ED(f) = \mathbb{R}_+ \end{array}$ $\rightsquigarrow$ $f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R}_+ & \rightarrow & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{x} \end{array}$

2.3.1 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = 4 - 5x$

b) $f(x) = x^2 - x - 2$

c) $f(x) = (x+4)^2(2+x)$

d) $f(x) = -6x^3 + 11x^2 - 3x$

e) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

f) $f(x) = x^4 + 5x^2 - 36$

$ED(f) = \mathbb{R}$

Recherche : 1) $\dfrac{A}{B}$ $B \neq 0$

2) $\sqrt{A}$ $A \geq 0$

3) $\log(A)$ $A > 0$

2.3.2 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x) = \dfrac{x(x+4)}{3-2x}$

b) $f(x) = \dfrac{2x}{16-x^2}$

c) $f(x) = \dfrac{(x+2)^2(x+1)}{x^2+x}$

d) $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$

e) $f(x) = \dfrac{1}{x-5} + \dfrac{3}{x+1}$

f) $f(x) = \dfrac{-5(4-x)^2}{(1-x^2)(2-x)}$

a) $ED(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

$$3 - 2x = 0$$
$$2x = 3$$
$$x = \frac{3}{2}$$

2.3.3 Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

c) $f(x) = \sqrt{(x-1)(x-5)}$

On cherche le signe de $(x-1)(x-5)$.

x		1		5	
$(x-1)(x-5)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$ED(f) =]-\infty ; 1] \cup [5 ; +\infty[$

b) $f(x) = \sqrt{x-1}\sqrt{x-5}$

Deux conditions : $\begin{cases} x \geqslant 1 \\ x \geqslant 5 \end{cases} \Rightarrow ED(f) = [5 ; +\infty[$

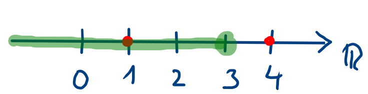
d) $f(x) = \dfrac{\sqrt{6-2x}}{x^2-5x+4}$

1) $\begin{cases} 6 - 2x \geqslant 0 & : \quad 6 \geqslant 2x \iff 2x \leqslant 6 \iff x \leqslant 3 \\ x^2 - 5x + 4 \neq 0 & : \quad x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases}$

$(x-4)(x-1) = 0$

$x \neq 4$ et $x \neq 1$

$x = 4 \qquad x = 1$



$ED(f) =]-\infty ; 3] - \{1\}$

$=]-\infty ; 1[\cup]1 ; 3]$