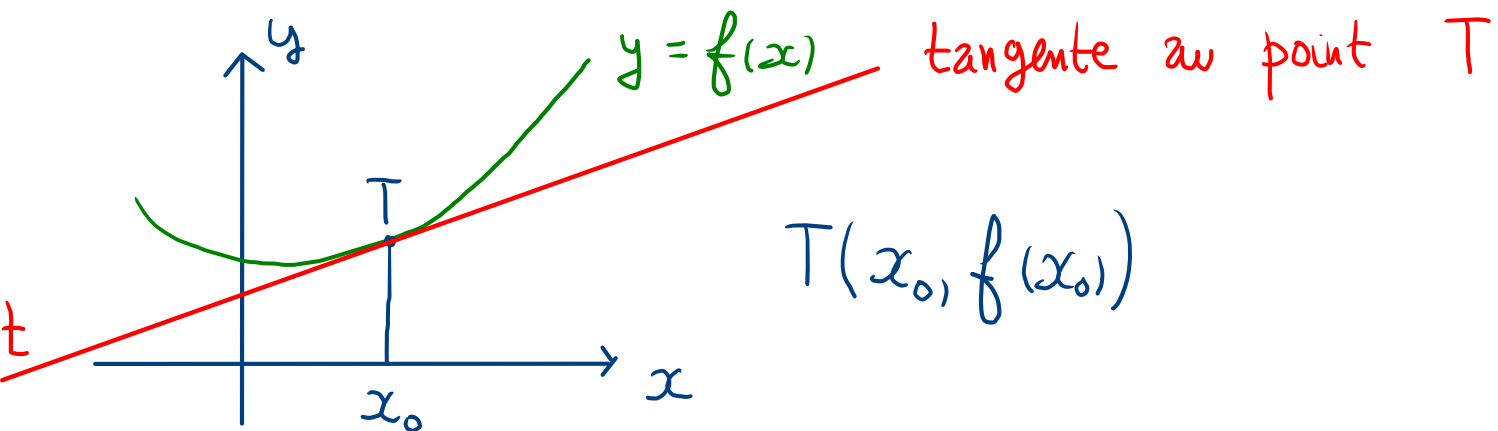


Soit f une fonction définie au voisinage de x_0 .

Si la limite $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ existe et est finie, on appelle cette valeur le nombre dérivé de la fonction f au point x_0 . On le note $f'(x_0)$.

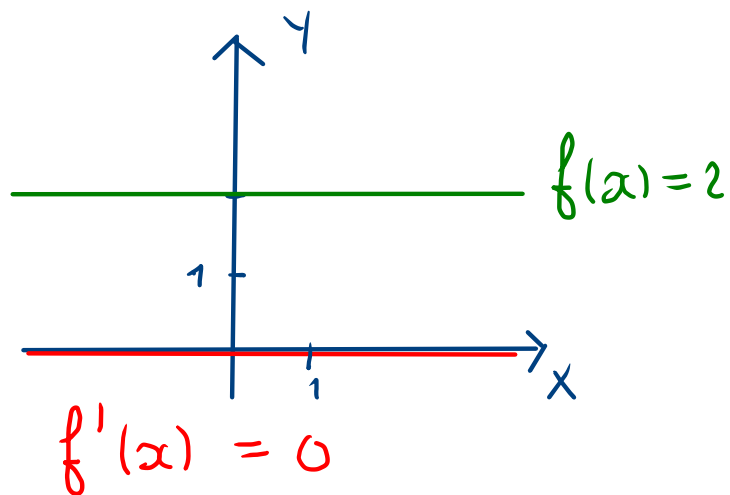
Ce nombre dérivé est la pente de la tangente à la courbe $y = f(x)$ au point d'abscisse x_0 .



$(t): y = f'(x_0)x + h$

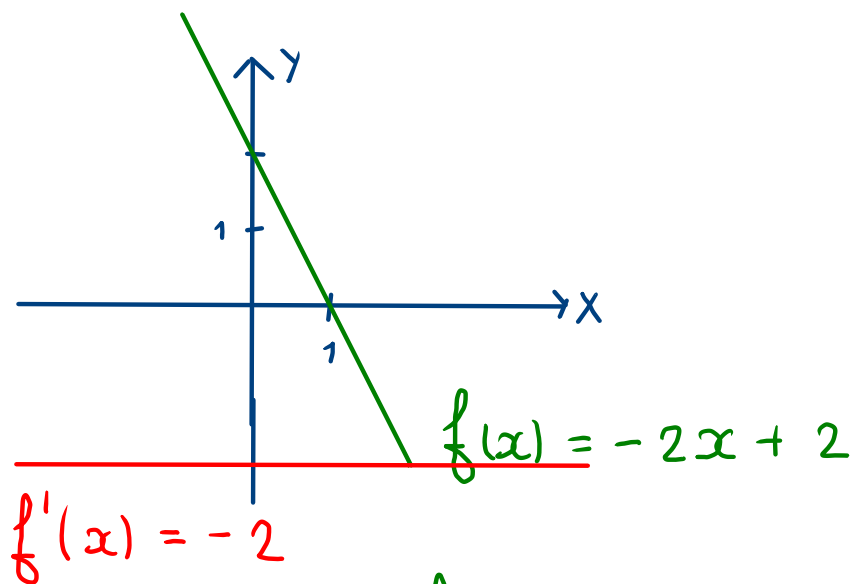
Example

1)



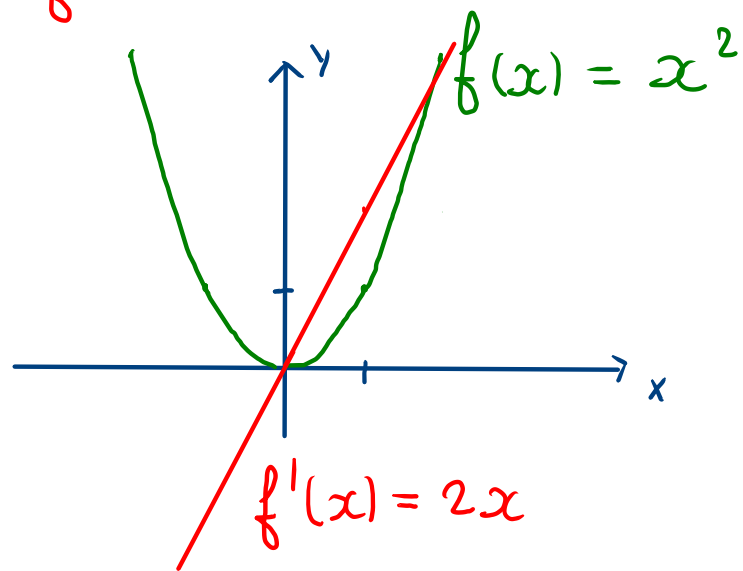
$$(K)' = 0$$

2)



$$(ax + b)' = a$$

3)



$$(x^2)' = 2x$$

$$4) f(x) = x^3 - 3x^2$$

Calculer $f'(3)$ en utilisant la définition.

$$f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\underline{3+h}) - \underline{f(3)}}{h}$$

$$\{ (A+B)^3 = A^3 + 3A^2B + 3AB^2 + B^3 \}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(\underline{3+h})^3 - 3(\underline{3+h})^2] - [\underline{3^3} - 3 \cdot \underline{3^2}]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\underline{27} + \underline{27h} + \underline{9h^2} + \underline{h^3} - \underline{27} - \underline{18h} - \underline{3h^2} - 0}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h^3 + 6h^2 + 9h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h} (h^2 + 6h + 9)}{\cancel{h}} = 9$$

$f'(3) = 9$ est la pente de la tangente en $T(3;0)$

Formule

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

2.9 Dérivées $f'(a)$

2.9.1 Calculer ~~$f'(x)$~~ , à partir de la définition de la dérivée, si :

a) $f(x) = 4$

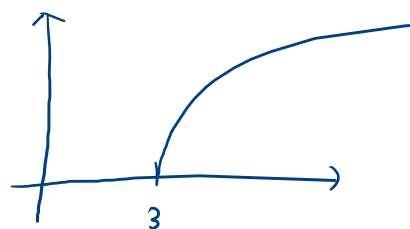
b) $f(x) = 2x - 5$

$$b) f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[2(a+h) - 5] - [2a - 5]}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\underline{2a} + 2h - \underline{5} - \underline{2a} + \underline{5}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2$$

$$f) \quad f(x) = \sqrt{x-3} \quad \text{ED}(f) = [3; +\infty[$$



$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x-3} - \sqrt{a-3}}{x-a} \cdot \frac{\sqrt{x-3} + \sqrt{a-3}}{\sqrt{x-3} + \sqrt{a-3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{(x-3) - (a-3)}{(x-a)(\sqrt{x-3} + \sqrt{a-3})} = \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{\cancel{x-a}^1}{(\cancel{x-a})(\sqrt{x-3} + \sqrt{a-3})} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{\sqrt{x-3} + \sqrt{a-3}} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{a-3}} \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad ; \quad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-3}} \quad \text{ED}'(f) =]3; +\infty[$$

La dérivée n'existe pas en $x=3$. En fait la tangente est verticale en ce point.