

11.12.25

2.8.1 Pour les fonctions suivantes, on demande : l'ensemble de définition, les asymptotes (avec étude de position) et le tracé du graphe.

b) $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x - 2}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{2\}$

2) Signe :

x	<u>2</u>	
$f(x)$	-	+

$$x^2 + x + 1 = 0$$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -3 < 0$$

3) Recherche des AV :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x + 1}{x - 2} = \infty \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \end{cases}$$

$x = 2$ est une AV

AV

$x = 2$

4) Recherche de l'AH :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x + 1}{x - 2} = \infty \quad \begin{cases} \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(1 + \dots)}{x(1 - \dots)} = \infty \quad \text{Pas d'AH}$$

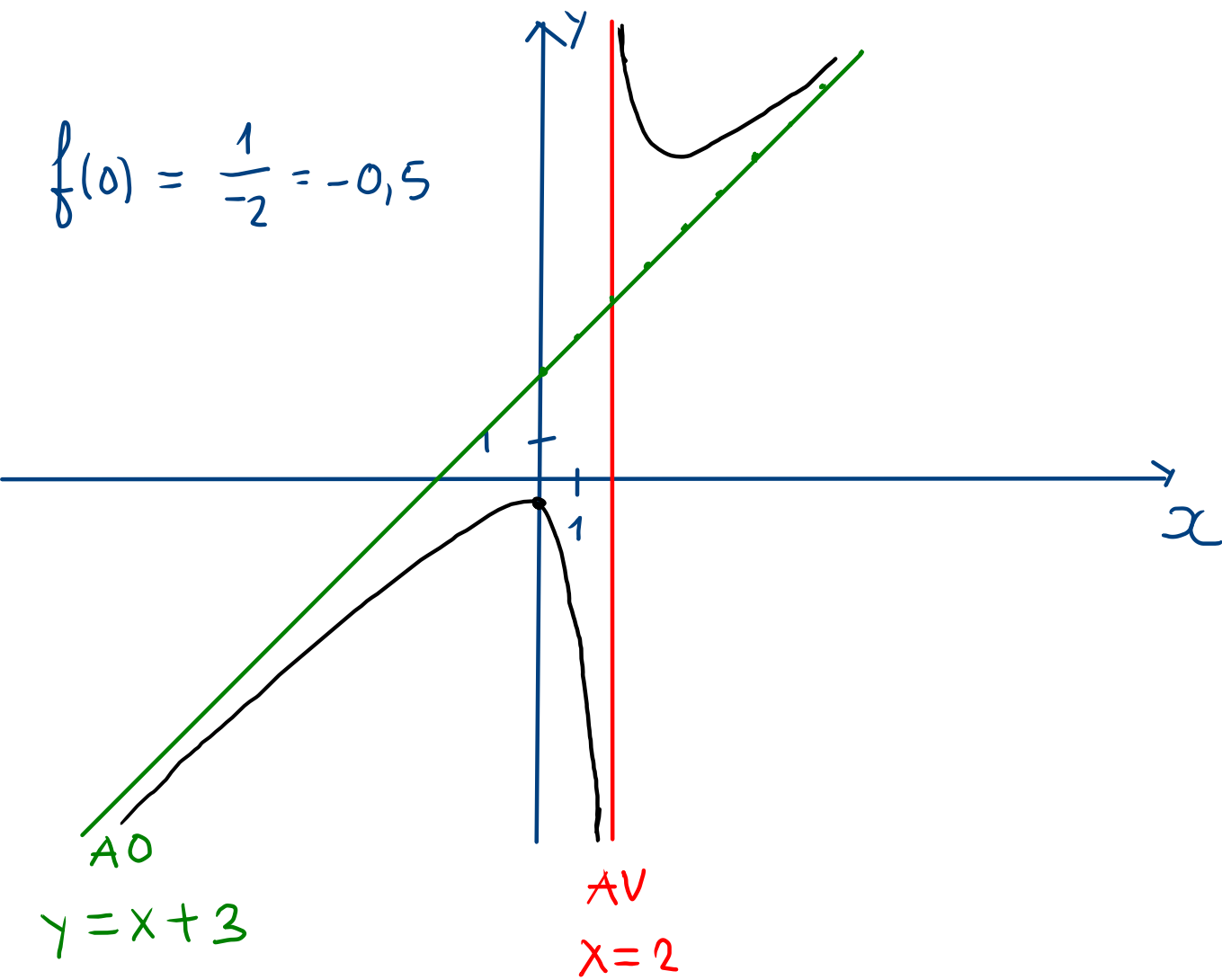
$$\begin{array}{r|l} x^2 + x + 1 & x - 2 \\ - x^2 - 2x & x + 3 \\ \hline 3x + 1 & \\ - 3x - 6 & \\ \hline \text{reste } 7 & \end{array}$$

$$f(x) = x + 3 + \frac{7}{x - 2}$$

Lorsque $x \rightarrow \infty$, $f(x) \sim x + 3$

$y = x + 3$ est une asymptote oblique (AO)

$$f(0) = \frac{1}{-2} = -0,5$$



$$\delta(x) = \frac{7}{x - 2}$$

x		
	2	
$\delta(x)$	$-$	$+$
	au-dessous de l'AO au-dessus de l'AO	

$$d) f(x) = \frac{x^3}{4-x^2} = \frac{x^3}{(2-x)(2+x)}$$

$$1) ED(f) = \mathbb{R} - \{-2; 2\}$$

2) Signe de f :

x	-2	0	2
$f(x)$	$+$	$-$	$+$

3) AV: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \infty$ " $\frac{-\infty}{0}$ "
 $x = -2$ est une AV

$$\left[\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = -\infty \end{array} \right.$$

AV
 $x = -2$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$$
 " $\frac{\infty}{0}$ "

$x = 2$ est une AV

$$\left[\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = -\infty \end{array} \right.$$

AV
 $x = 2$

4) Recherche AH :

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{4-x^2} = \infty$$

pas d'AH

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty \end{cases}$$

5) Recherche AO

$$\begin{array}{r|l} x^3 & -x^2 + 4 \\ \hline -x^3 - 4x & -x \\ \hline 4x & \end{array}$$

$$f(x) = \underbrace{-x}_{\text{AO: } y = -x} + \underbrace{\frac{4x}{4-x^2}}_{\delta(x)}$$

x	-2	0	2
$\delta(x)$	+	-	+

dessus || dessous coupe dessus || dessous

