

Les vecteurs

18.03.26

$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$, $\vec{w} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \end{pmatrix}$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$.

• $\vec{v} + \vec{w} = \begin{pmatrix} v_1 + w_1 \\ v_2 + w_2 \end{pmatrix}$

Addition

• $K \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} K v_1 \\ K v_2 \end{pmatrix}$, $K \in \mathbb{R}$

Multiplication par un scalaire

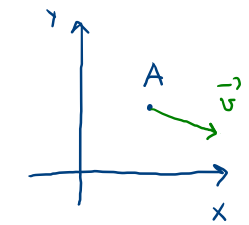
• $\vec{v} \cdot \vec{w} = v_1 w_1 + v_2 w_2$

Produit scalaire

$\vec{v} \perp \vec{w} \Leftrightarrow \vec{v} \cdot \vec{w} = 0$

Droite

$$A(a_1; a_2) \quad \text{et} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$



$$\vec{OP} = \vec{OA} + K \vec{v}, \quad K \in \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + K \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}, \quad K \in \mathbb{R}$$

vecteur directeur

$$\begin{cases} x = a_1 + K v_1 \\ y = a_2 + K v_2 \end{cases}, \quad K \in \mathbb{R}$$

Déterminons une équation cartésienne :

$$\begin{cases} x - a_1 = K v_1 \\ y - a_2 = K v_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x - a_1}{v_1} = K \\ \frac{y - a_2}{v_2} = K \end{cases}$$

$v_1 \neq 0$
 $v_2 \neq 0$

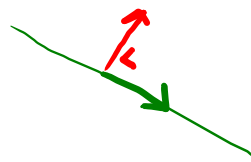
$$\frac{x - a_1}{v_1} = \frac{y - a_2}{v_2} \Leftrightarrow v_2 x - v_1 y - a_1 v_2 + a_2 v_1 = 0$$

Exemple : Déterminer une équation cartésienne de la droite d passant par $A(2; 1)$ et de vecteur directeur $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$

$$\textcircled{1} \quad \frac{x - 2}{3} = \frac{y - 1}{-4} \quad | \cdot 12$$

$$4x - 8 = -3y + 3 \quad \Leftrightarrow \quad 4x + 3y - 11 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad \begin{aligned} 4x + 3y + c &= 0 \\ 4x + 3y - 11 &= 0 \end{aligned}$$



3.1.4 Trouver une équation paramétrique de la droite donnée par :

- a) $A(3; 5)$ et un vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$,
- b) $A(-3; -2)$ et $B(4; -5)$,
- c) $A(2; -4)$, de pente $-\frac{3}{4}$,
- d) $A(5; 2)$, parallèle au segment BC, où $B(1; 1)$ et $C(-3; 2)$,
- e) $A(-7; 10)$, perpendiculaire au vecteur $\vec{v} = \begin{pmatrix} -8 \\ 5 \end{pmatrix}$,
- f) $A(0; -2)$, horizontale,
- g) $A(8; 12)$, verticale.

$$a) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$$b) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$c) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \quad m = -\frac{3}{4} \quad \therefore \vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow m = \frac{d_2}{d_1} \quad d_1 \neq 0}$$

$$d) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$$e) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ 10 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 5 \\ 8 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$$f) \begin{array}{c} \uparrow y \\ | \\ \text{---} x \\ | \\ \bullet \end{array} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$y = -2$

$$g) \begin{array}{c} \uparrow y \\ | \\ \text{---} x \\ | \\ \bullet \end{array} \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 12 \end{pmatrix} + \kappa \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \kappa \in \mathbb{R}$$

$x = 8$