

2.8.2 Déterminer l'ensemble de définition et les asymptotes des fonctions f données par :

a) $f(x) = x\sqrt{\frac{x}{x+1}}$

a)

x	-1	0
$\frac{x}{x+1}$	$+$	$- \quad 0 \quad +$

$ED(f) =]-\infty; -1[\cup [0; +\infty[$

b) Signe

x	-1	0
$f(x)$	$-$	$/ \quad 0 \quad +$

c) AV : $\lim_{x \nearrow -1} f(x) = -\infty$

$\Rightarrow x = -1$ est une AVG

AV
 $x = 1$

d) AH/AO :

Droite : $M = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{x}{x+1}} = 1$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{\frac{\cancel{x}}{x(1+\frac{1}{x})}} = 1$$

$$h = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x \sqrt{\frac{x}{x+1}} - x \right) \stackrel{\text{Ind}}{=} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x \sqrt{\frac{x}{x+1}} - x)(x \sqrt{\frac{x}{x+1}} + x)}{x \sqrt{\frac{x}{x+1}} + x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 \frac{x}{x+1} - x^2}{x \sqrt{\frac{x}{x+1}} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{x^3} - \cancel{x^3} - x^2}{\underbrace{(x+1)}_{\rightarrow 2} \underbrace{x}_{\rightarrow 2} \left(\underbrace{\sqrt{\frac{x}{x+1}}}_{\rightarrow 2} + 1 \right)} =$$

$$x^2 \cdot \frac{x}{x+1} - x^2 = \frac{x^3 - x^2(x+1)}{x+1}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cancel{-x^3}^{-1}}{\underbrace{x^2(1+\frac{1}{x})}_{\rightarrow 2} \left(\underbrace{\sqrt{\frac{x}{x+1}}}_{\rightarrow 2} + 1 \right)} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\text{AOD : } y = x - \frac{1}{2}}$$

idem à gauche $\boxed{\text{AOG : } y = x - \frac{1}{2}}$ } AO: $y = x - \frac{1}{2}$

Position entre l'AO et la courbe :

$$\left. \begin{aligned} x \sqrt{\frac{x}{x+1}} &= x - \frac{1}{2} \\ x^2 \left(\frac{x}{x+1} \right) &= x^2 - x + \frac{1}{4} \\ x^3 &= (x+1) \left(x^2 - x + \frac{1}{4} \right) \\ \underline{x^3} &= \underline{x^3} - \underline{x^2} + \frac{1}{4} \underline{x} + \underline{x^2} - x + \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4}x &= \frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{3} \end{aligned} \right| \begin{aligned} & \left(\right)^2 \triangle \\ & \\ & \\ & \end{aligned}$$

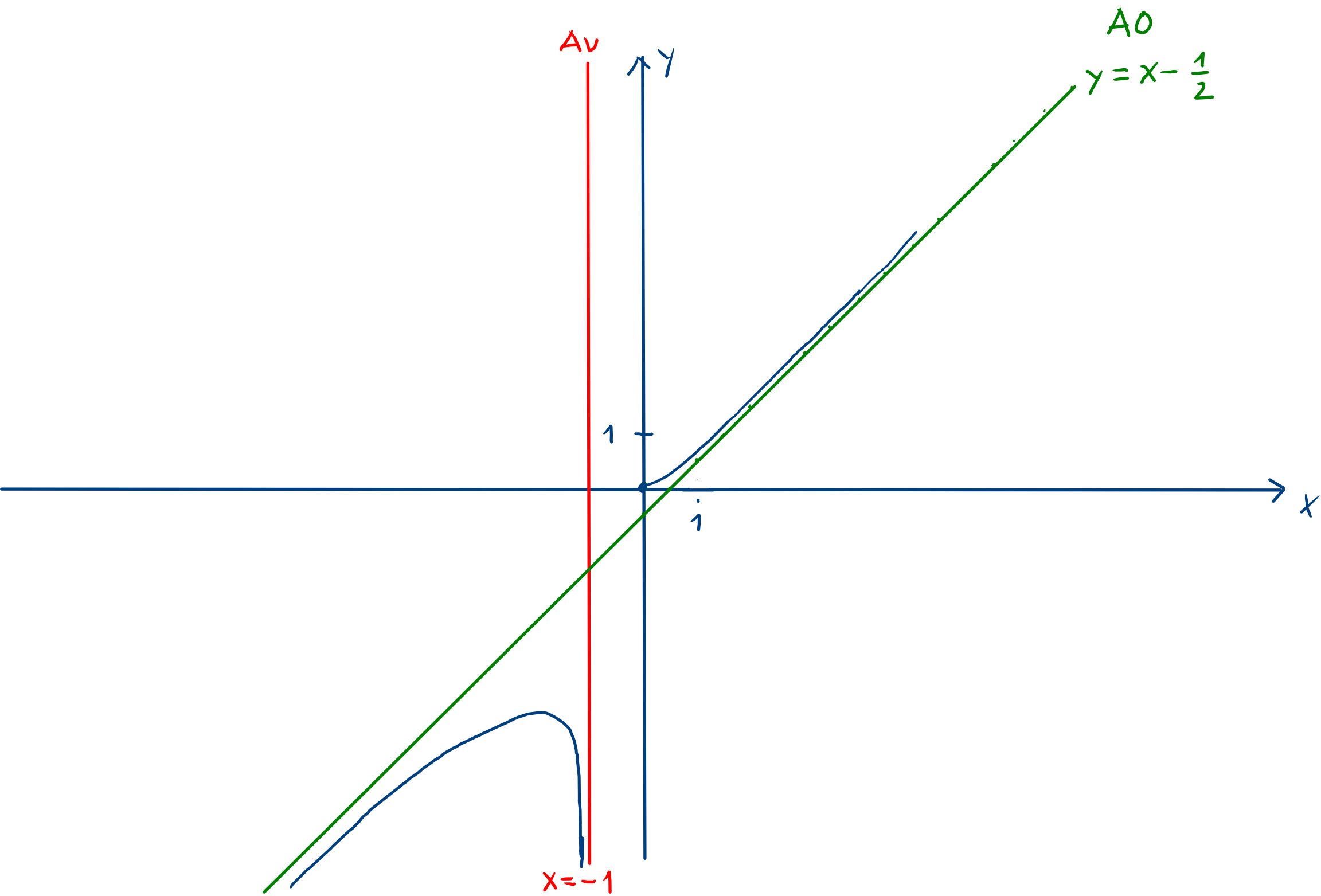
Pas de zéro !
sol. parasite

$$g(x) = x \sqrt{\frac{x}{x+1}} - x + \frac{1}{2}$$

x	-1	0
$g(x)$	-	+

au-dessous // // // au-dessus

$$g(0) = \frac{1}{2}$$



2.8.2 $e) - f)$

Fewer limits