

Partie réelle et partie imaginaire d'un nombre complexe

$$z = \underbrace{a}_{\text{partie réelle}} + \underbrace{bi}_{\text{partie imaginaire}}$$

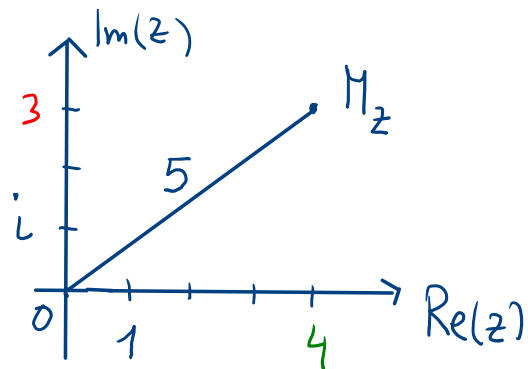
$$\operatorname{Re}(z) = a \quad \text{et} \quad \operatorname{Im}(z) = b$$

- $z + \bar{z} = (a+bi) + (a-bi) = 2a \Rightarrow a = \frac{z + \bar{z}}{2}$
- $z - \bar{z} = (a+bi) - (a-bi) = 2bi \Rightarrow b = \frac{z - \bar{z}}{2i}$

Le module d'un nombre complexe

Soit $z = 4 + 3i$.

Calculons $z \cdot \bar{z} = (4 + 3i)(4 - 3i) = 16 - \underbrace{9i^2}_{-1} = 25$



$z = 4 + 3i \Leftrightarrow M_z(4; 3)$
Affixe du point M_z

$|z| = \underbrace{\|\vec{OM_z}\|}_{\text{longueur ou norme}} = \sqrt{z \cdot \bar{z}} = 5$
module

Propriétés:

1) $z = 0 \Rightarrow |z| = 0$

2) $|z + z'| \leq |z| + |z'|$

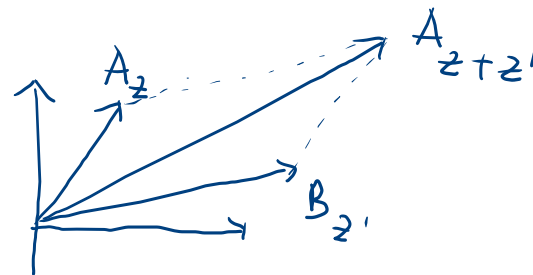
3) $|\lambda \cdot z| = \underbrace{|\lambda|}_{\text{valeur absolue}} \cdot |z|, \lambda \in \mathbb{R}$

$|-7(4 + 3i)| = |-7| \cdot |4 + 3i| = 7 \cdot 5 = 35$ $\left[|-28 + 21i| = \sqrt{(-28)^2 + 21^2} = 35 \right]$

4) $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$

5) $\left| \frac{1}{z} \right| = \frac{1}{|z|}, z \neq 0$

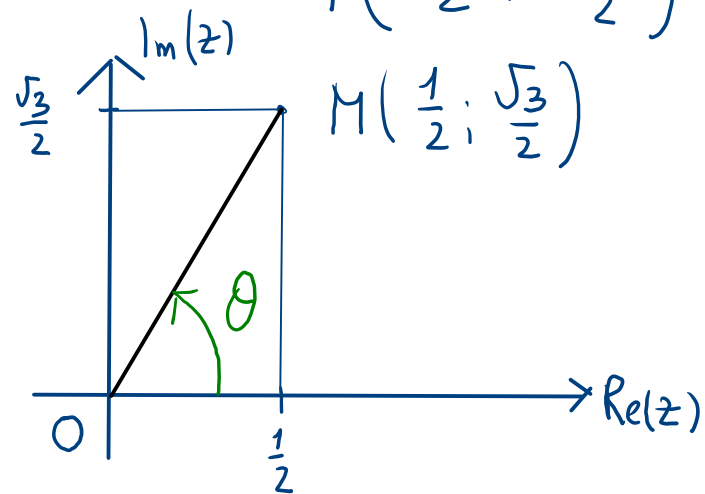
6) $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}, \text{ où } z = a + bi$



Forme trigonométrique des nombres complexes

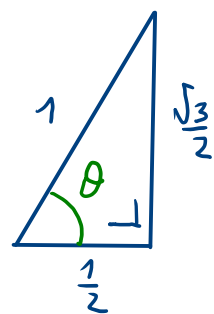
Soit $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i$.

On a $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, donc z est l'affixe de M



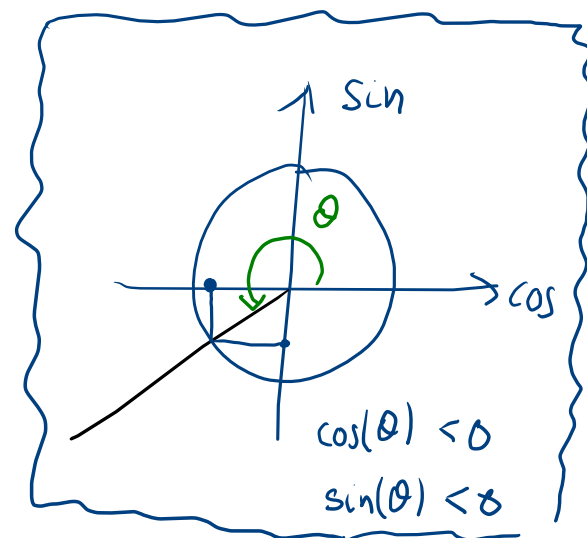
- $|z| = 1$

- Calculons θ , l'angle orienté entre l'axe réel et $\overrightarrow{OM}$



$$\begin{cases} \cos(\theta) = \frac{1}{2} \\ \sin(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \theta = 60^\circ = \frac{\pi}{3}$$



On note $z = \left[1; \frac{\pi}{3}\right]$ la forme trigo de z

$\frac{\pi}{3}$ est l'argument de z .

On a aussi $z = \cos(\theta) + \sin(\theta)i$