

1.2.9 Déterminer sous forme trigonométrique et représenter dans le plan complexe :

- a) les racines septièmes de l'unité,
- b) les solutions de l'équation $z^5 = -32$.

b) Posons $z = [r; \theta]$. $r \in \mathbb{R}_+$, $0 \leq \theta < 2\pi$

On a $z^5 = [r^5; 5\theta]$.

Par ailleurs $-32 = [32; \pi]$.

Donc :
$$\begin{cases} r^5 = 32 & \Rightarrow r = 2 \\ 5\theta = \pi + 2k\pi & \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{2\pi}{5} \end{cases}$$

$z_1 = [2; \frac{\pi}{5}]$, $z_2 = [2; \frac{3\pi}{5}]$, $z_3 = [2; \pi]$

$z_4 = [2; \frac{7\pi}{5}]$, $z_5 = [2; \frac{9\pi}{5}]$

ou en degré :

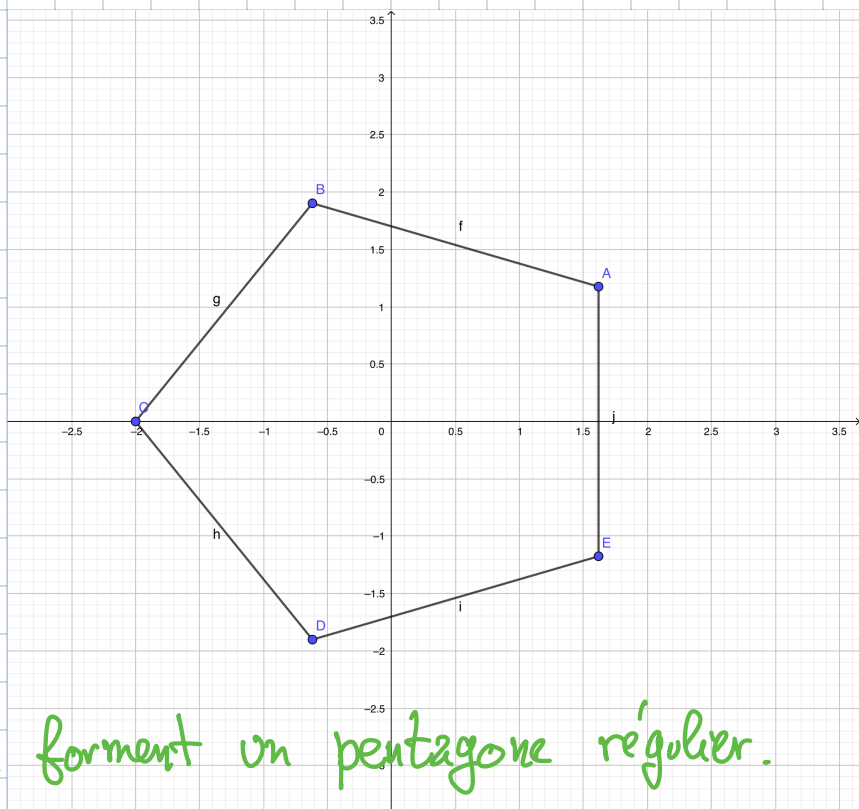
A $z_1 = [2; 36^\circ]$

B $z_2 = [2; 108^\circ]$

C $z_3 = [2; 180^\circ] = -2$

D $z_4 = [2; 252^\circ]$

E $z_5 = [2; 324^\circ]$



Les solutions de l'équation forment un pentagone régulier.