Série 3 – Nombres complexes

Exercice 1

Écrire les trois nombres complexes suivants sous forme exponentielle $r\,e^{i\,\theta}$.

$$z_1 = \frac{1-\mathrm{i}}{3} \qquad z_2 = (1+\mathrm{i})^6 \qquad z_3 = \frac{2+2\,\mathrm{i}}{-\sqrt{3}+\mathrm{i}}$$

Exercice 2

Écrire sous la forme $a+ib$ le nombre complexe $w = 12\,e^{-\mathrm{i}\pi/3}$.

Exercice 3

Sachant qu'elle admet une racine réelle, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$z^3 + (1-3\,\mathrm{i})z^2 - (6-\mathrm{i})z + 10\,\mathrm{i} = 0$$

Exercice 4

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$\mathrm{i}\,z^4 + (10+3\mathrm{i})\,z^3 + (25-8\,\mathrm{i})\,z^2 - (14-7\,\mathrm{i})\,z - (99-207\,\mathrm{i}) = 0$$

sachant que $z = 9\,\mathrm{i}$ et $z = 2-\mathrm{i}$ sont des solutions de cette équation.