

2 septembre

2M7 DF – Mardi 26 Mar 2026

Nom & prénom :

Exp - Log – TE 856B

Problème	1	2	3	4	Total
Points	4	6	12	4	26
Points obtenus					

Problème 1 (4 points)

Soit $a \in \mathbb{R}_+^* - \{1\}$. Soit $u, v \in \mathbb{R}$, $v > 0$.

En utilisant uniquement la définition $\log_a(v) = u \Leftrightarrow a^u = v$, démontrer la propriété ci-dessous.

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(x) + \log_a(y) \quad , \text{ pour } x > 0, y > 0$$

$$\exists u \in \mathbb{R} \text{ tel que } \log_a(x) = u \Leftrightarrow a^u = x$$

$$\exists v \in \mathbb{R} \text{ tel que } \log_a(y) = v \Leftrightarrow a^v = y$$

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a(a^u \cdot a^v) = \log_a(a^{u+v})$$

$$= u + v = \log_a(x) + \log_a(y)$$

Problème 2 (6 points)

Simplifier au maximum les expressions suivantes.

a) $25^{3/2}$

b) $\sqrt[5]{2^{20}}$

c) $\sqrt{8\sqrt{8}}$

d) $\log_2 \left(\frac{1}{512} \right)$

e) $\log_{10} \left(\frac{1}{10} \right) + \log_{10}(100)$

f) $\log_2 (\log_{10}(11 - \sqrt{21}) + \log_{10}(11 + \sqrt{21}))$

$$a) (\sqrt{25})^3 = 5^3 = 125$$

$$b) 2^{20/5} = 2^4 = 16$$

$$c) \sqrt{8 \cdot 8^{1/2}} = \sqrt{8^{3/2}} = 8^{3/4} = \sqrt[4]{8^3}$$

$$d) \log_2(512^{-1}) = -9$$

$$e) -1 + 2 = 1$$

$$f) \log_2(\log_{10}(11 - \sqrt{21})) = \log_2(\log_{10}(100)) \\ = \log_2(2) = 1$$

Problème 3 (12 points)

Résoudre les équations suivantes:

a) $2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^{x+1} = 64$

c) $\ln(x) + \ln(x-1) - \ln(x+2) = 0$

b) $2^{x^2} \cdot 4^{2x} = \frac{1}{16}$

d) $2 \cdot \log_4(x) = \log_4(2x-3) + 1$

a) $2 \cdot 2^{2x} - 12 \cdot 2^{x+1} - 64 = 0 \quad | : 2$

$$2^{2x} - 12 \cdot 2^{x+1} - 32 = 0$$

$$y = 2^x \quad y > 0: \quad y^2 - 12y - 32 = 0$$

$$\Delta = 144 + 4 \cdot 32 = 272 = 16 \cdot 17$$

$$y_1 = \frac{12 - 4\sqrt{17}}{2} < 0; \quad y_2 = \frac{12 + 4\sqrt{17}}{2} = 6 + 2\sqrt{17}$$

 y_1 ne convient pas.

$$\Rightarrow \underline{x = \log_2(6 + 2\sqrt{17})}$$

b) $2^{x^2} \cdot 2^{4x} = 2^{-4} \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0$

$$(x+2) = 0$$

$$S = \{-2\}$$

c) $\ln(x(x-1)) = \ln(x+2), \quad x > 0$

$$x^2 - x = x + 2$$

$$x^2 - 2x - 2 = 0$$

$$\Delta = 4 + 8 = 12$$

$$\bullet x_1 = \frac{2 + 2\sqrt{3}}{2} = 1 + \sqrt{3} \quad \text{convient}$$

$$\underline{S = \{1 + \sqrt{3}\}}$$

$$\bullet x_2 = 1 - \sqrt{3} \quad \text{ne convient pas}$$

d) $2 \cdot \log_4(x) = \log_4(2x - 3) + 1$

$$x > 0$$

$$x > \frac{3}{2}$$

$$\log_4(x^2) = \log_4(2x - 3) + \log_4(4)$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 4(2x - 3)$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

- $x = 2$ convient

- $x = 6$ convient

$$S' = \{2, 6\}$$

Problème 4 (4 points)Simplifier les expressions suivantes et les écrire **sans exposant négatif** :

a) $(s^4 t^{12})^{-3} \cdot (s^{-3} t^3)^6$

b) $((xyz)^6 (xyz)^{-5}) \cdot (-(xyz)^{-7} (zyx)^{-6})$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad s^{-12} \cdot t^{-36} \cdot s^{-18} \cdot t^{18} &= s^{-30} \cdot t^{-18} \\ &= \frac{1}{s^{30} t^{18}} \end{aligned}$$

$$\text{b)} \quad xyz \cdot (-(xyz))^{-13} = - \frac{1}{(xyz)^{12}}$$