2M7 DF – Mercredi 23 octobre 2026 Nom & prénom : .....

Nombres complexes 2 – TE 860B

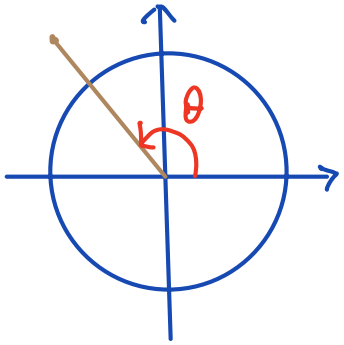
Problème	1	2	3	4	Total
Points	4	5	9	5	23
Points obtenus					

Problème 1 (4 points)

a) Écrire sous la forme $z = r \cdot e^{i\theta}$ le nombre complexe $z = -3 + 3\,\mathrm{i}$.

b) Écrire sous la forme $w = a + \mathrm{i}\,b$ le nombre complexe $w = 8\,e^{\mathrm{i}\frac{\pi}{3}}$.

a)



$|z| = \sqrt{9+9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

$\cos(\theta) = \frac{-3}{3\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(\theta) = \frac{3}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow \theta = \frac{3\pi}{4}$

$z = 3\sqrt{2}\, e^{i\frac{3\pi}{4}}$

b) $w = 8\left(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)i\right) = 8\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = \underline{4 + 4\sqrt{3}i}$

Problème 2 (5 points)

Soit le polynôme p de $\mathbb{C}[z]$: $p = z^4 - 2z^3 + 11z^2 - 18z + 18$

a) Sachant que les nombres 3 i et $1 - i$ sont des zéros de p, résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^4 - 2z^3 + 11z^2 - 18z + 18 = 0$

b) Factoriser le polynôme p dans $\mathbb{C}[z]$.

c) Factoriser le polynôme p dans $\mathbb{R}[z]$.

a) $\overline{3i}$ et $\overline{1-i}$ sont des zéros.

$S = \{3i ; -3i ; 1-i ; 1+i\}$

b) $q = (z-3i)(z+3i)(z-(1-i))(z-(1+i))$

c) $q = (z^2+\ )(z^2-(1+i)z-(1-i)z+(1-i)(1+i))$

$q = (z^2+9)(z^2-2z+2)$

Problème 3 (9 points)

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation

$$z^4 - (6+\mathrm{i})\,z^3 + (14+9\,\mathrm{i})\,z^2 - (6+21\,\mathrm{i})\,z - (7-9\,\mathrm{i}) = 0$$

sachant que $z = \mathrm{i}$ et $z = 3 - 2\,\mathrm{i}$ sont des solutions de cette équation.

a) Par Horner:

	1	$-6-i$	$14+9i$	$-6-21i$	$-7+9i$
i		i	$-6i$	$-3+14i$	$7-9i$
	1	-6	$14+3i$	$-9-7i$	0

2

b) Par Horner

	1	-6	$14+3i$	$-9-7i$
$3-2i$		$3-2i$	-13	$9+7i$
	1	$-3-2i$	$1+3i$	0

$(3-2i)(-3-2i) = -9-4 = -13$

$(3-2i)(1+3i) = 3+6+7i = 9+7i$

3

c) On résout $z^2 + (-3-2i)z + (1+3i) = 0$

$\Delta = (-3-2i)^2 - 4(1+3i)$

$= 9 - 4 + 12i - 4 - 12i = 1$

$z = \dfrac{3+2i \pm 1}{2} = \begin{cases} 2+i \\ 1+i \end{cases}$

3

$S = \{ i \,;\, 3-2i \,;\, 2+i \,;\, 1+i \}$

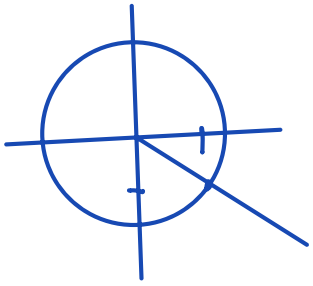
1

Problème 4 (5 points)

$$(\sqrt{3}-i)^7 = 2^7 e^{-i\frac{7\pi}{6}} = 128\left(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)\right)$$

$$w = \sqrt{3}-i = 2e^{-i\frac{\pi}{6}}$$

$$\begin{cases} \cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin\theta = -\frac{1}{2} \end{cases}$$



$$\theta = -\frac{\pi}{6}$$

$$w^7 = 128\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right) = -64\sqrt{3} + 64i$$