

3.6.4 Calculer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants :

a) $P(-5; 4; -2)$ $d: \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 2 + 3k \\ z = k - 1 \end{cases}$, avec $k \in \mathbb{R}$,

Rappel : en 2D

$d: ax + by + c = 0$

$\text{dist}(d, P) = \frac{|a \cdot u + b \cdot v + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Dans le plan défini par la droite et le P , il existe une distance minimale.

Aire du $\triangle (AA'P'P)$: $\|\vec{AP} \times \vec{d}\|$

hauteur $\cdot \|\vec{d}\| = \|\vec{AP} \times \vec{d}\|$

$h = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|}$

CR1 page 64

Distance du point P à la droite d $\delta(P; d) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|}$

3.6.4 Calculer la distance du point P à la droite d dans les cas suivants :

a) $P(-5; 4; -2)$ $d: \begin{cases} x = 3 - 2k \\ y = 2 + 3k \\ z = k - 1 \end{cases}$, avec $k \in \mathbb{R}$,

Droite

On note d une droite passant par le point $A(a_1; a_2; a_3)$ et de vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$

Distance du point P à la droite d $\delta(P; d) = \frac{\|\vec{AP} \times \vec{d}\|}{\|\vec{d}\|}$

(d): $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$A(3, 2, -1)$

$\vec{d} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{AP} = \begin{pmatrix} -5 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{AP} \times \vec{d} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & -8 & -2 \\ \vec{e}_2 & 2 & 3 \\ \vec{e}_3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 10 \\ -20 \end{pmatrix}$

$\delta(P, d) = \frac{\sqrt{525}}{\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{25 \cdot 21}}{\sqrt{14}} = \frac{5 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$

$= \frac{5\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{6}}{2}$ 😊

😞

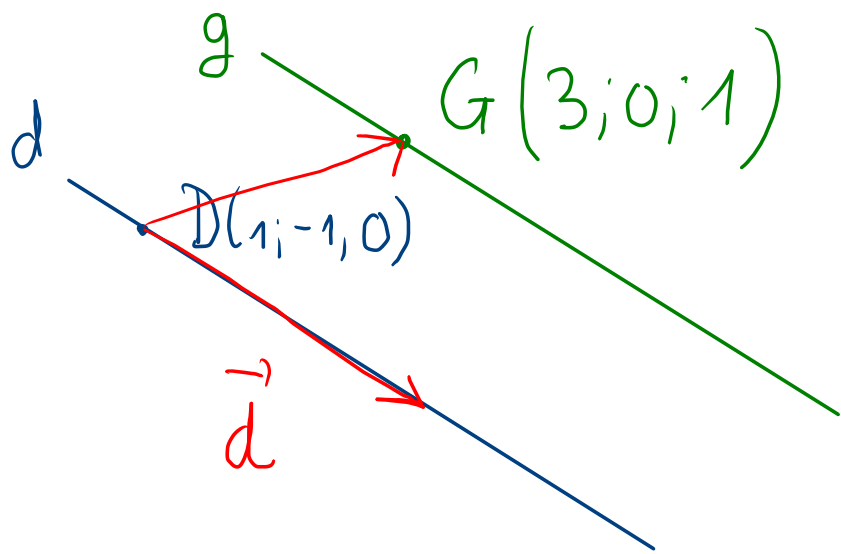
3.6.5 Vérifier que les droites d'équations $\overset{d}{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix}$, avec $k \in \mathbb{R}$, et

$\overset{g}{\frac{x-3}{3} = \frac{y}{6} = \frac{1-z}{9}}$ sont parallèles et calculer la distance qui les sépare.

① Ces deux droites sont coplanaires :

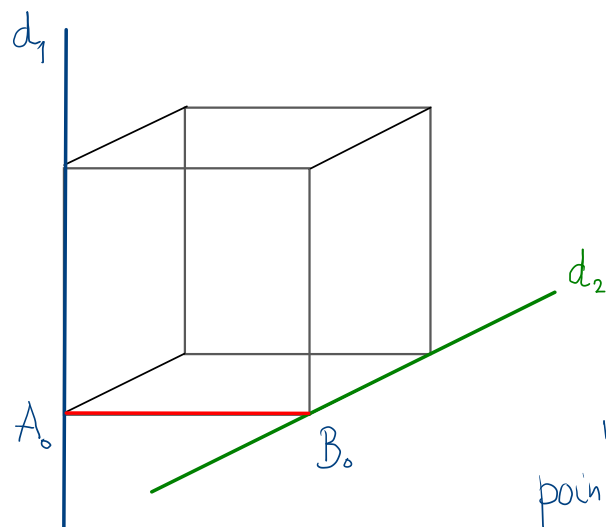
$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} ; \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -9 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow \vec{d} \wedge \vec{g} \Rightarrow$ les droites sont parallèles.



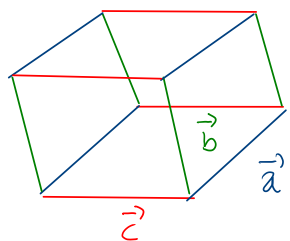
$$S(G, d) = \frac{\|\vec{d} \times \overrightarrow{DG}\|}{\|\vec{d}\|}$$

Distance entre deux droites non parallèles



La distance minimale entre les droites d_1 et d_2 existe.

Elle est réalisée par la longueur d'un élastique dont une extrémité est fixée sur un point de d_1 et l'autre sur un point de d_2 .



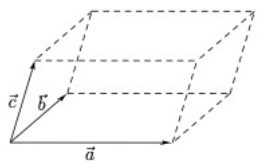
Volume du parallélépipède $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$

page 52 : $\left| \left[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \right] \right|$
 produit mixte

Produit mixte de trois vecteurs

$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \text{Det}(\vec{a}; \vec{b}; \vec{c})$
$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = [\vec{b}; \vec{c}; \vec{a}] = [\vec{c}; \vec{a}; \vec{b}] = -[\vec{a}; \vec{c}; \vec{b}] = -[\vec{c}; \vec{b}; \vec{a}] = -[\vec{b}; \vec{a}; \vec{c}]$
$[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}] = 0 \Leftrightarrow \vec{a}, \vec{b} \text{ et } \vec{c} \text{ sont linéairement dépendants}$

Le nombre $[\vec{a}; \vec{b}; \vec{c}]$ est, au signe près, le volume du parallélépipède construit sur $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$.



$$\delta(d_1, d_2) = \frac{\text{Volume de la boîte}}{\text{Aire de la base}}$$

Distance de deux droites non parallèles	$\delta(d_1; d_2) = \frac{ (\vec{d}_1 \times \vec{d}_2) \cdot \overrightarrow{A_1 A_2} }{\ \vec{d}_1 \times \vec{d}_2\ } = \frac{ [\vec{d}_1, \vec{d}_2, \overrightarrow{A_1 A_2}] }{\ \vec{d}_1 \times \vec{d}_2\ }$
---	---

3.6.6 Calculer la distance des droites a et b lorsque :

a) $a: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}, \text{ avec } k \in \mathbb{R}$ $b: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = n \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}, \text{ avec } n \in \mathbb{R}$

$A(1, 1, 0) \in a$ $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$B(0, 0, 0) \in b$ $\vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$[\vec{d}_1, \vec{d}_2, \vec{BA}] = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 4 & 0 & 1 \\ -3 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0 - 3 - 8 + 0 + 2 + 0 = -9$

$\vec{d}_1 \times \vec{d}_2 = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & 1 & 1 \\ \vec{e}_2 & 4 & 0 \\ \vec{e}_3 & -3 & -2 \end{vmatrix} = \begin{pmatrix} -8 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\mathcal{D}(a, b) = \frac{|-9|}{\sqrt{81}} = 1$

→ 3.6.6 Mercredi

Vendredi 18.09.26