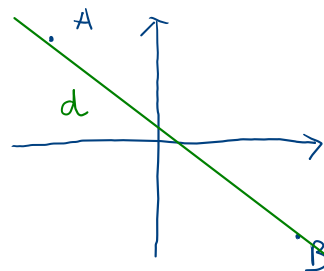


19.08.26

Exercice

Trouver une équation cartésienne de la droite d passant par les points $A(-2; 5)$ et $B(4; -7)$

1^{ère} méthode



Avec le vecteur directeur $\vec{d}$ de d :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \vec{d}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + k \\ y = 5 - 2k \end{cases} \begin{array}{l} \cdot 2 \\ \cdot 1 \end{array} \Leftrightarrow \underline{(d) : 2x + y - 1 = 0}$$

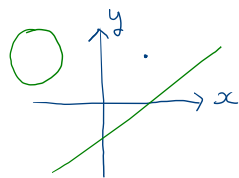
2^{ème} méthode : On exprime la pente de deux façons :

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y - 5}{x + 2} = \frac{-7 - 5}{4 + 2} = \frac{-12}{6} = \frac{-2}{1}$$

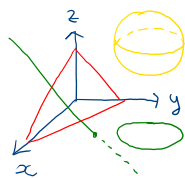
$$(y - 5) \cdot 1 = -2(x + 2) \Leftrightarrow \underline{(d) : 2x + y - 1 = 0}$$

$$y - 5 = -2x + 4 \Leftrightarrow$$

Plan



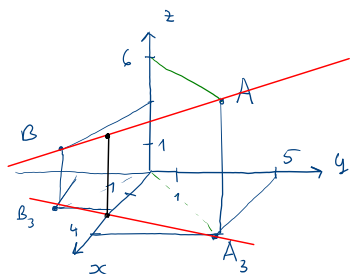
Espace



La droite dans l'espace

On donne deux points $A(4;5,6)$ et $B(3;-2;3)$.

Représentons cette droite dans un repère orthonormé $Oxyz$



Déterminons une équation paramétrique vectorielle de cette droite :

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix} \text{ et } \vec{d} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$(d): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow (*) \begin{cases} x = 4 + k \\ y = 5 + 7k \\ z = 6 + 3k \end{cases} \begin{matrix} \cdot 7 \\ \cdot (-1) \\ \cdot (-1) \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7x - y = 23 \\ 3x - z = 6 \end{cases} \quad \triangle ! \quad \text{Système d'éq. cartésiennes de } d$$

Partons de (*)

$$\begin{cases} k = \frac{x-4}{1} \\ k = \frac{y-5}{7} \\ k = \frac{z-6}{3} \end{cases}$$

$$(d): \frac{x-4}{1} = \frac{y-5}{7} = \frac{z-6}{3}$$

On se trouve dans l'espace

3.4.1 On donne les droites $d_1 : \frac{x-1}{2} = y+4 = \frac{z}{5}$ et

$$d_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

avec $k \in \mathbb{R}$. Les points $A(3; -3; 5)$ et $B(-1/2; 3/2; 2)$ appartiennent-ils à ces droites?

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$x = 2$ ✓

$$d_1 : \frac{3-1}{2} \stackrel{?}{=} -3+4 \stackrel{?}{=} \frac{5}{5}$$

$$1 = 1 = 1 \checkmark$$

$$\Rightarrow A \in d_1 \checkmark$$

$$\frac{-\frac{1}{2}-1}{2} \stackrel{?}{=} \frac{3}{2}+4 \stackrel{?}{=} \frac{2}{5} \Rightarrow B \notin d_1 \times$$

$$d_2 : \frac{x-0}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-0}{4} \Leftrightarrow \frac{x}{-1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{4}$$

3.4.2 On donne la droite d'équation paramétrique $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$,
avec $k \in \mathbb{R}$. Calculer les coordonnées du point de cette droite :

a) situé sur Ox , $y = z = 0$

b) qui a une ordonnée y égale à 5,

$$a) \begin{cases} x = 2 - 5k \\ y = -1 + k \\ z = 3 - 3k \end{cases} \quad \begin{array}{ll} \Rightarrow x = -3 & \\ \Rightarrow y = 0 & \Rightarrow k = 1 \\ \Rightarrow z = 0 & \Rightarrow k = 1 \end{array}$$

$$A(-3; 0; 0)$$

(Δ rare)

$$b) y = 5 : 5 = -1 + k \Rightarrow k = 6$$

$$B(-28; 5; -15)$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - 5k \\ y = -1 + k \\ z = 3 - 3k \end{cases}$$

c) dont l'abscisse et la cote sont égales,

d) situé sur la droite $\begin{cases} x = -7 + l \\ y = -l \\ z = -1 + 2l \end{cases}$, avec $l \in \mathbb{R}$. rare $\begin{matrix} -8 \\ 1 \\ -3 \end{matrix}$

c) $x = z \Leftrightarrow 2 - 5k = 3 - 3k \Leftrightarrow k = -0,5$
 $-1 = 2k$

$$C(4,5; -1,5; 4,5)$$

d) $\begin{cases} 2 - 5k = -7 + l \\ -1 + k = -l \\ 3 - 3k = -1 + 2l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -5k - l = -9 \\ k + l = 1 \\ -3k - 2l = -4 \end{cases} \begin{array}{c|c} l & k \\ \hline \cdot 1 & \cdot 1 \\ \cdot 1 & \cdot 5 \end{array}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -4k = -8 \\ 4l = -4 \\ -3k - 2l = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ l = -1 \\ -6 + 2 = -4 \checkmark \end{cases}$

$k = 2$; $I(-8; 1; -3)$

$l = -1$; $I(-8; 1; -3)$

