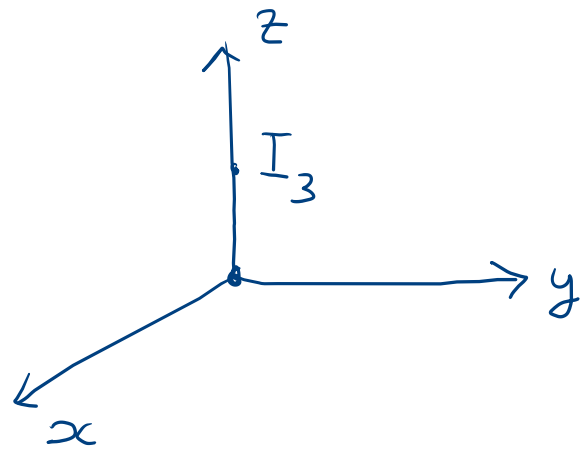


3.4.3 Déterminer une équation paramétrique de la droite :

- a) qui passe par $A(1; 2; 3)$ et a pour vecteur directeur $\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$,
- b) qui passe par $A(2; 3; 5)$ et $B(1; 5; 7)$,
- c) qui passe par $A(-3; 5; 2)$ et est parallèle à l'axe Oz ,
- d) qui passe par $A(8; 6; -12)$ et est parallèle au segment BC , avec $B(4; 0; -2)$ et $C(5; -2; 3)$.



c) $O(0,0,0)$, $I_3(0,0,1)$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

d) $\vec{BC} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -12 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}$$

point de la
droite

vecteur directeur

3.4.4 Montrer que les équations suivantes définissent toutes la même droite :

$$a: \begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = 3 + 2k \\ z = -2 + 4k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R} \quad b: \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}, \text{ avec } u \in \mathbb{R}$$

$$c: \begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z - 3 = 0 \end{cases} \quad d: \frac{x+1}{6} = \frac{y-3}{4} = \frac{z+2}{8} \quad D(-1; 3; -2)$$

① $a \equiv b$ vecteurs directeurs : $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

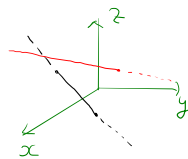
$$a: K = -1 \quad \begin{cases} x = -1 - 3 = -4 \\ y = 3 - 2 = 1 \\ z = -2 - 4 = -6 \end{cases} \Rightarrow B \in a$$

$$-4 = -1 + 3K \Rightarrow K = -1$$

② $a \equiv d$; $\vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $A \in D$

Déterminons une équation paramétrique de c:

① Trouver deux points : $(0; \dots; \dots)$
 $(\dots; 0; \dots)$



$$\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2y - 11z = 0 \\ -y - 10z = 3 \end{cases}$$

② $\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z = 3 \\ y = K \end{cases} \Leftrightarrow$ mon choix

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 16x - 11z = 2K \\ 14x - 10z = 3 + K \\ y = K \end{cases} \begin{vmatrix} x & z \\ \cdot 7 & \cdot 10 \\ \cdot (-8) & \cdot (-11) \end{vmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3z = -24 + 6K \\ 6x = -33 + 9K \\ y = K \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-33}{6} + \frac{3}{2}K \\ y = K \\ z = -8 + 2K \end{cases}$$

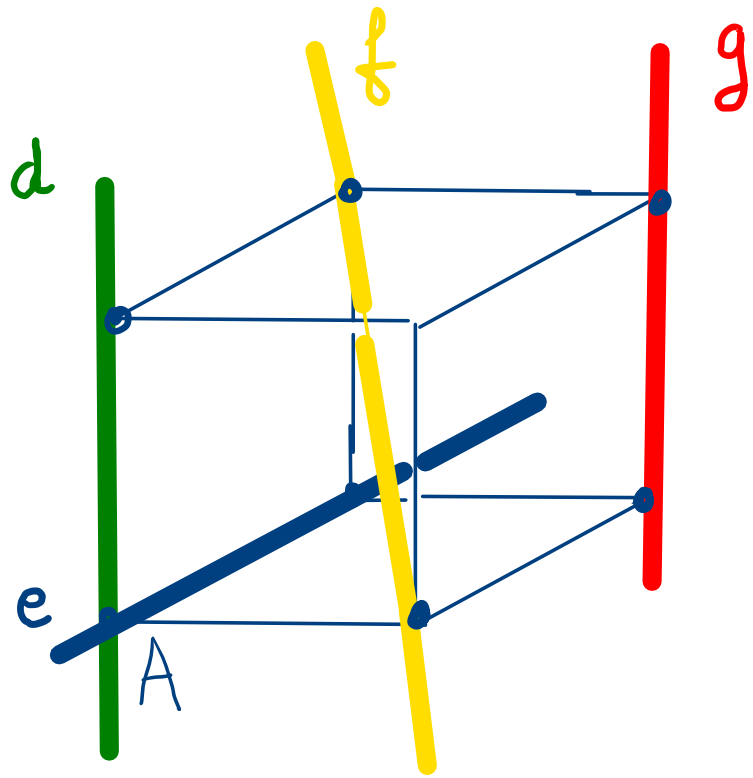
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -11/2 \\ 0 \\ -8 \end{pmatrix} + K \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

vecteur directeur identique

$$a: \begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = 3 + 2k \\ z = -2 + 4k \end{cases}, \text{ avec } k \in \mathbb{R} \quad \begin{cases} -11/2 = -1 + 3K \\ 0 = 3 + 2K \\ -8 = -2 + 4K \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} K = -3/2 \\ K = -3/2 \\ K = -3/2 \end{cases}$$

$$\left(-\frac{11}{2}; 0; -8\right) \in a$$

Position de deux droites dans l'espace



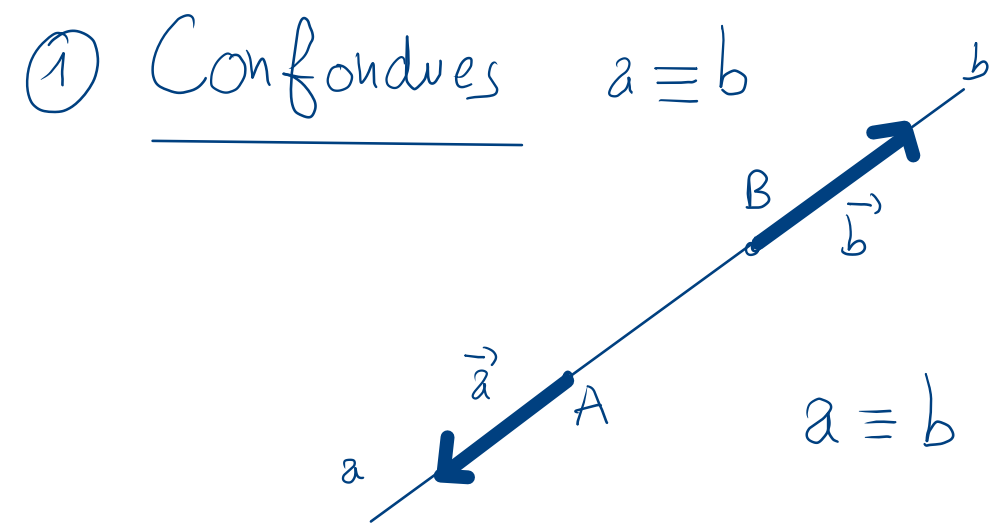
$d \parallel g$ parallèle

d et e sécantes en A (perpendiculaires)

e et g gauches (orthogonales)

d et f gauches

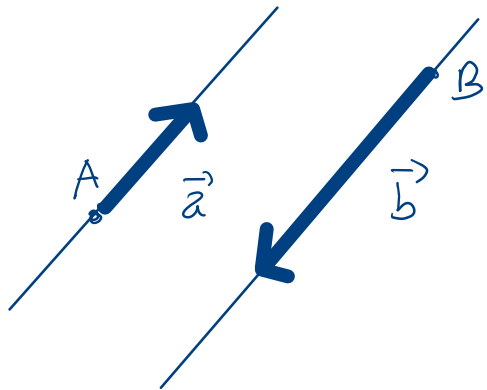
e et f gauches



$a: A \quad \vec{a}$
 $b: B \quad \vec{b}$

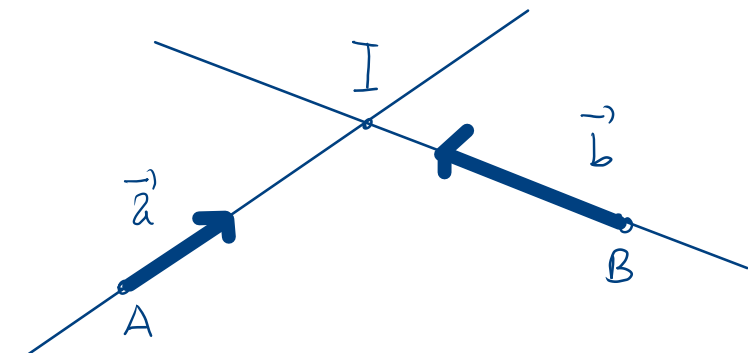
$$a \equiv b \Leftrightarrow \vec{a} \cap \vec{b} \text{ et } \overrightarrow{AB} \cap \vec{a}$$

② Parallèles $a \parallel b$ strictement



$$a \parallel b \Leftrightarrow \vec{a} \cap \vec{b} \text{ et } \overrightarrow{AB} \cap \vec{a}$$

③ Sécantes $a \cap b = \{I\}$



a, b sécantes $\Leftrightarrow$

$\exists k, t$ tels que

$$\vec{OI} = \vec{OA} + k\vec{a} = \vec{OB} + t\vec{b}$$

④ Gauches Aucun des 3 cas ci-dessus.